

АНО ВО «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ БИЗНЕСА»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор АНО ВО
«Национальный институт бизнеса»



Д.Ю. Ткаченко
«20» сентября 2020 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля) **Б1.Б.11 «МАТЕМАТИКА»**

Направление подготовки 38.03.02 *Менеджмент*
(уровень бакалавриата)

Направленность (профиль) *Управление малым бизнесом*

Формы обучения *очная, очно-заочная, заочная*

*Авторы-составители:
к.э.н., доцент Харьков В.П.
ст. преподаватель Чернова Т.М.*

Градов Владимир Михайлович. Чернова Татьяна Михайловна. Математика.
Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент (Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 января 2016 г. N 7).

Рецензент: Ровенская О.С., к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной информатики АНО ВО «Московский гуманитарный университет»

Рабочая программа дисциплины (модуля) утверждена на кафедре информатики, прикладной математики и естественнонаучных дисциплин АНО ВО «Национальный институт бизнеса»

Протокол №2 от 20.09.2020 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля) согласована в рамках основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент, направленность (профиль) Управление малым бизнесом с ООО «Научно-консультационный центр «ВНИК»

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО.....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
4. Структура и содержание дисциплины (модуля).....	5
4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся.....	5
4.2 Учебно-тематический план дисциплины (модуля)	6
5. Содержание дисциплины (модуля).....	7
6. Планы семинарских занятий	10
7. Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю).....	41
8. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю).....	42
9. Особенности обучения лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	49
10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)...	49
11. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).....	50
Приложения к рабочей программе дисциплины (модуля)	
Приложение 1. Методические рекомендации обучающимся по дисциплине (модулю)	
Приложение 2. Содержание фонда оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)	

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Цель изучения дисциплины «Математика» - подготовка обучающихся по основам математических знаний, формирование у обучающихся культуры математического мышления, навыков логического рассуждения и математической аргументации, умения использовать на практике математические методы решения различных экономических, финансовых и управленческих задач.

Содержание курса «Математика» составляет математический аппарат, используемый в области математической логики, линейной алгебры, математического анализа, экономико-математических методов исследования, эффективные способы и приемы использования данного аппарата для решения различных практических задач, способствовать формированию общепрофессиональной (ОПК-6) компетенции.

Образовательные задачи учебной дисциплины:

- изучение базовых математических понятий и определений в области линейной алгебры и математического анализа;
- ознакомление с основными теоремами, методами математических доказательств и логических построений;
- формирование представлений о математическом мышлении, индукции, дедукции, принципах математических рассуждений и доказательств, методологии научной работы;
- овладение современными методами реализации математических моделей в социально-экономической, управленческой и финансовых областях профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина Б1.Б.11 «Математика» относится к Блоку 1. Дисциплины (модули) (базовая часть).

Данная дисциплина базируется на знаниях обучающихся, полученных в результате освоения школьной программы по дисциплине «Алгебра». Общематематическая подготовка обучающихся, предусмотренная данной дисциплиной, необходима для дальнейшего освоения математических и статистических методов в экономике и управлении. На данную дисциплину опираются такие предметы как «Статистика», «Методы оптимальных решений» и др.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
владением методами принятия решений в управлении операционной (производственной) деятельностью организаций (ОПК-6)	Знать: основы линейной алгебры и математического анализа для решения экономических задач, практические приложения теории для поиска оптимальных решений, основные экономико-математические методы и модели; Уметь: применять аппарат линейной алгебры и математического анализа для исследования и решения экономических задач; Владеть: навыками применения методов математического анализа для решения экономико-управленческих задач, методическими основами построения и исследования математических моделей экономических процессов и явлений.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины «Математика» составляет 324 часа (9 зачетных единиц).

Для очной формы обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1, час.	Семестр 2, час.
Контактные часы	104,5	56,2	48,3
Аудиторные занятия (всего)	104	56	48
Занятия лекционного типа	44	22	22
Занятия семинарского типа	60	34	26
Контактные часы на промежуточную аттестацию (зачет, экзамен)	0,5	0,2	0,3
Самостоятельная работа	192,5	87,8	104,7
Контроль	27		27
Форма промежуточной аттестации		зачет	экзамен

Для очно-заочной формы обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1, час.
Контактные часы	48,3	48,3
Аудиторные занятия (всего)	48	48
Занятия лекционного типа	24	24
Занятия семинарского типа	24	24
Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3
Самостоятельная работа	266,7	266,7
Контроль	9	9
Форма промежуточной аттестации		экзамен

Для заочной формы обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1, час.	Семестр 2, час.
Контактные часы	36,5	18,2	18,3
Аудиторные занятия (всего)	36	18	18
Занятия лекционного типа	16	8	8
Занятия семинарского типа	20	10	10
Контактные часы на промежуточную аттестацию (зачет, экзамен)	0,5	0,2	0,3
Самостоятельная работа	278,5	125,8	152,7
Контроль	9		9

Форма промежуточной аттестации			экзамен
--------------------------------	--	--	---------

4.2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

(очная форма обучения)

	Наименование тем	Всего	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Всего	Лекции	Практ. занятия	
Раздел 1. Линейная алгебра						
1.	Матрицы и определители	28	12	4*	8*	16
2.	Системы линейных уравнений	32	14	6*	8*	18
3.	Линейные пространства	28	12	4	8	16
4.	Комплексные числа	22	6	2	4	16
5.	Экономико-математические методы	31,8	12	6*	6*	19,8
Раздел 2. Математический анализ						
6.	Функции одной переменной	24	4	2*	2	20
7.	Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций	26	6	2	4	20
8.	Дифференциальное исчисление	30	10	4	6*	20
9.	Неопределенный и определенный интегралы	21	8	4*	4*	13
10.	Ряды	12	6	4	2	6
11.	Функции нескольких переменных	14	6	2	4	8
12.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	27,7	8	4*	4*	19,7
	Контроль	27				
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (зачет, экзамен)	0,5				
	Итого часов	324	104	44/26*	60/36*	192,5

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

(очно-заочная форма обучения)

	Наименование тем	Всего	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Всего	Лекции	Практ. занятия	
Раздел 1. Линейная алгебра						
1.	Матрицы и определители	29	6	2*	4*	23
2.	Системы линейных уравнений	29	4	2*	2*	25
3.	Линейные пространства	25	4	2	2	21
4.	Комплексные числа	25	4	2	2	21
5.	Экономико-математические методы	29	6	4*	2*	23
Раздел 2. Математический анализ						
6.	Функции одной переменной	24	2	1	1	22
7.	Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций	24	2	1	1	22
8.	Дифференциальное исчисление	27	4	2*	2*	23
9.	Неопределенный и определенный интегралы	26	4	2*	2*	22
10.	Ряды	24	4	2	2	20
11.	Функции нескольких переменных	24	4	2	2	20
12.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	28,7	4	2*	2*	24,7
	Контроль	9				
	Контактные часы на промежуточную аттестацию	0,3				

	цию (экзамен)					
	Итого часов	324	48	24/14*	24/14*	266,7

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) (заочная форма обучения)

	Наименование тем	Всего	Аудиторные занятия			Самосто- ятельная работа
			Всего	Лекции	Практ. заня- тия	
	Раздел 1. Линейная алгебра					
1.	Матрицы и определители	28	3	1*	2*	25
2.	Системы линейных уравнений	30	3	1*	2*	27
3.	Линейные пространства	26	3	1	2	23
4.	Комплексные числа	24	1	1		23
5.	Экономико-математические методы	28	6	4*	2*	22
	Раздел 2. Математический анализ					
6.	Функции одной переменной	25	2	1*	1	23
7.	Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций	25	2	1	1	23
8.	Дифференциальное исчисление	28	4	2	2*	24
9.	Неопределенный и определенный интегралы	28	3	1*	2*	25
10.	Ряды	22	3	1*	2	19
11.	Функции нескольких переменных	23	3	1	2	20
12.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	27,7	3	1	2*	24,7
	Контроль	9				
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3				
	Итого часов	324	36	16/9*	20/12*	278,5

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Раздел 1. Линейная алгебра

Тема 1. Матрицы и определители

Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матриц. Умножение матриц. Элементарные преобразования матриц. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителей. Обратная матрица и способы ее вычисления. Ранг матрицы.

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: постановка проблем (проблемная лекция), с предложением поучаствовать в обосновании ответа обучающимися; визуализация лекционного материала; использование обратной связи с обучающимися в процессе разбора примеров, иллюстрирующих технику решения задач в рамках излагаемого материала.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Тема 2. Системы линейных уравнений

Основные понятия, определения и формы записи системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Условие Кронекера-Капелли совместности СЛАУ. Нахождение решения СЛАУ по формулам Крамера. Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Решение СЛАУ методом Гаусса. Общее решение произвольной СЛАУ.

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции:- постановка проблем (проблемная лекция), с предложением поучаствовать в обосновании ответа обучающимися; визуализация лекционного материала; использование техники обратной связи со обучающимися в процессе решения задач.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Тема 3. Линейные пространства

Определение, свойства и примеры линейных пространств. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис линейного пространства. Операции в координатной форме. Преобразование координат при замене базиса. Линейные преобразования. Скалярное произведение векторов. Евклидовы пространства. Нормированные пространства. Угол между векторами. Элементы аналитической геометрии. Различные формы уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Уравнение плоскости.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Тема 4. Комплексные числа

Понятие, геометрическое представление и формы записи комплексных чисел. Основные операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Тема 5. Экономико-математические методы

Выпуклые множества и их свойства. Постановка задач линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования. Понятие симплекс-метода. Элементы теории двойственности. Транспортная задача. Понятие о целочисленном программировании и методах решения соответствующих задач.

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: лекция-беседа, с применением псевдиалога, диалога и полилога;

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Раздел 2. Математический анализ

Тема 6. Функции одной переменной

Понятие множества. Понятия отображения множеств и действительной функции действительной переменной. Способы задания функции. График функции. Основные элементарные функции. Сложная и взаимно обратные функции. Основные свойства функций. Примеры функций, используемых в экономике.

*Примечание: занятие проводится в форме лекции- консультация, разбор примеров решения типовых задач по теме с обратной связью с обучающимися.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Тема 7. Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций

Понятие числовой последовательности. Предел последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела последовательности. Предел функции в бесконечности и в точке. Признаки существования предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Два замечательных предела. Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Тема 8. Дифференциальное исчисление

Производная функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала, приложения производной в экономических расчетах. Правила дифференцирования сумм, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Производные высших порядков. Правило Лопиталя. Точки экстремума, выпуклость и точки перегиба функции. Асимптоты. Общая схема исследования функций. Уравнение касательной и нормали к графику функции.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Тема 9. Неопределенный и определенный интегралы

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных дробей, иррациональных и тригонометрических выражений. Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов. Приложения определенного интеграла.

*Примечание: занятие проводится в форме проблемной лекции, использование техники обратной связи посредством решения вместе с обучающимися нестандартных задач с подробным разбором особенностей применяемых методик.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Тема 10. Ряды

Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда. Понятия функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Тема 11. Функции нескольких переменных

Понятия евклидова пространства и функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные функции и полный дифференциал. Производная по направлению, градиент функции. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума. Условный экстремум.

Нахождение условного экстремума методом множителей Лагранжа. Метод наименьших квадратов. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному. Геометрическая интерпретация и приложения двойного интеграла.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Тема 12. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Основные понятия. Краевая задача и задача Коши. Общие подходы к решению обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения. Решение дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

*Примечание: занятие проводится в форме лекции с использованием техники обратной связи посредством решения обучающимися в конце лекции тестов по лекционному материалу.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

6. ПЛАНЫ ЗАНЯТИЙ СЕМИНАРСКОГО ТИПА для очной формы обучения

Практическое занятие 1 (тема 1)

1. Повторение материала темы.
2. Заданы матрицы A и B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

а) $A + B$; б) $A^T B$; в) $A + B^T$; г) $A \cdot B$; д) AB^T ; е) $A^T + B^T$; ж) $A^T - B$; з) $A^T B^T$;

к) Найти матрицу $C = 6A - 3B$ и матрицу $D = A^T + B^T$;

3. Задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы A^3 и $A^2 - A$

4. Вычислить определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен ре-

результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 2 (тема 1)

1. Решить уравнения

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

2. Найти ранги матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Привести матрицы к ступенчатому виду

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 8 \\ 1-6 & 1 \\ 7-2 & 15 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Найти максимальное число линейно независимых строк матриц, приведенных в п. 1.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 3 (тема 1)

1. Найти матрицы, обратные заданным матрицам A и B , построением присоединенной матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 3 & 8 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

2. Найти матрицы, обратные заданным выше матрицам A и B , методом элементарного преобразования строк

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 4 (тема 1)

Заданы матрицы

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 3 & 8 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

Найти собственные значения и собственные векторы матриц

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 5 (тема 2)

1. Повторение материала темы.
2. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 = -6 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 6x + 5y + 4z = -2 \\ 9x + 8y + 7z = 3 \end{cases}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 6 (тема 2)

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

Решить систему уравнений методом LU-разложения, сравнить трудоемкость вычислительных процедур.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 7 (тема 2)

1. Решить системы уравнений относительно параметра a

$$\begin{cases} (1+a)x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + (1+a)x_2 + x_3 = a \\ x_1 + x_2 + (1+a)x_3 = a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + ax_4 = 1 \end{cases}$$

2. Найти общее решение систем уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 6x_1 - 8x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 8x_1 + 9x_2 + 9x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективное обсуждение результатов выполненного исследования с анализом выявленных типичных ошибок; проверка знаний в форме тестирования.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 8 (тема 2)

1. Найти общее решение систем уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 19x_2 - 3x_3 + 25x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 13x_3 + x_4 + 16x_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 15x_1 + 61x_2 - 2x_3 + 17x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 23x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ -7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 52x_4 + 6x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

2. Найти решение систем уравнений с матрицами специального вида (трех-диагональными). Сравнить прямой метод Гаусса и метод прогонки

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 0x_3 + 0x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 0x_4 = 1 \\ 0x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 0x_1 + 0x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 0x_3 - 0x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 = 8 \\ 0x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20 \\ 0x_1 - 0x_2 + x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием не-

сколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 9 (тема 3)

1. Повторение материала темы.

2. Является ли система векторов a_1, a_2, a_3 линейно независимой

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \text{ б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Если система векторов a_1, a_2, a_3 является линейно независимой, то выразить нижеприведенный вектор x в базисе данных векторов

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x трехмерного линейного пространства в вектор y , причем

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{а) } y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \end{pmatrix}, \text{ б) } y = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двумерного линейного пространства в вектор y по следующему правилу:

а) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.

б) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.

в) Удвоение значения первой координаты, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.

г) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 10 (тема 3)

1. Определить косинус угла между векторами a_1 и a_2 , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}; \text{ б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

2. Написать уравнения касательных к параболе $y = x^2$, проходящих через заданную точку плоскости $M(4,7)$. Составить уравнения нормалей к касательным, построенных в указанной точке M .

3. Дана прямая $2x+5y-1=0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1,3)$: а) параллельно данной прямой; б) перпендикулярно данной прямой.

4. Через вершины треугольника $A(-1,2)$, $B(3,-1)$ и $C(0,4)$ проведены прямые параллельно противоположным сторонам. Составить их уравнения.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 11 (тема 3)

1. Две стороны квадрата лежат на прямых $3x+4y+22=0$, $3x+4y-13=0$. Вычислить площадь квадрата.

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x-3y+5=0$, $3x+y-7=0$ перпендикулярно к прямой $y=2x$.

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин $A(1,2)$, $B(3,8)$, $C(6,1)$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 12 (тема 3)

1. Составить уравнения плоскости, проходящей через точку $M(4, -4, 2)$ и параллельной плоскостям: xOz , xOy , yOz .

2. Плоскость проходит через ось Oz и образует с плоскостью $2x+y-\sqrt{5}z=0$ угол $\pi/3$. Составить ее уравнение.

3. Найти уравнение нормали, проходящей через начало координат, к плоскости $2x+y-3z-6=0$. Написать уравнение плоскости в виде уравнения плоскости, проходящей через точку ее пересечения с указанной нормалью.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 13 (тема 4)

1. Повторение материала темы.
2. Заданы комплексные числа

$$z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } z_2 = \sqrt{3} + i.$$

- а) Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}.$$

- б) Записать комплексные числа в тригонометрической и экспоненциальной формах.

Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}, \quad z_1^4, \quad z_2^{10}, \quad \sqrt[3]{z_2}.$$

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 14 (тема 4)

1. Найти все значения $\sqrt[4]{-1}$, $\sqrt[4]{16}$.
2. Вычислить

$$(2 + i\sqrt{12})^5, \quad \frac{(-1 + i\sqrt{3})^{50}}{(1 - i)^{100}}, \quad (1 + \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})^6.$$

3. Решить уравнения

$$x^6 - 64 = 0, \quad x^8 + 3^8 = 0.$$

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 15 (тема 5)

1. Повторение материала темы.
2. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ x_2 - 3 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2 \geq 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ 3x_2 - 9 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 7x_2 - 8 \leq 0 \\ 5x_2 - 2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
- 2) Найти решение задачи графическим методом.
3. Автотранспортное предприятие проводит закупку автобусов двух типов А и Б в количестве не более М машин, которые должны обеспечить одно-

временную перевозку не менее N пассажиров. Стоимость автобуса типа А - s_A тыс. рублей, стоимость автобуса типа Б - s_B тыс. рублей. Количество пассажиров, которое может разместиться в одном автобусе типов А и Б, равно n_A и n_B , соответственно. Сколько надо закупить автобусов каждого типа, чтобы минимизировать расходы?

$M=20; N = 1500; s_A=800; s_B=300; n_A = 100; n_B=60.$

*Примечание: занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 16 (тема 5)

В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
- 2) Найти решение задачи графическим методом.

В ходе выборов кандидата для достижения успеха необходимо охватить теле- и радиорекламой не менее N тысяч человек (с повтором). Известно, что одна 30-секундная телереклама будет просмотрена n тысячами избирателей, одна 30-секундная радиореклама будет услышана m тысячами избирателей. Стоимость трансляции одного телефрагмента составляет 500\$, а одного радиофрагмента - 100\$. Всего планируется занять не менее t минут эфирного времени. Сколько теле- и радиофрагментов следует транслировать, чтобы минимизировать расходы.

$N=720, n=24, m=4, t=40.$

В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
- 2) Найти решение задачи графическим методом.

При откорме кроликов можно использовать корм с высоким содержанием белка по цене 0.8 у.ед./кг или более дешевый корм по цене 0.4 у.ед./кг. Килограмм дорогого корма дает 125 г белка и 4500 калорий, а дешевого – 50 г белка и 7500 калорий. Одному кролику в неделю требуется не менее 100 г белка и 4500 калорий. Найти самую дешевую смесь кормов, удовлетворяющих требованиям питательности.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 17 (тема 5)

Сформулирована следующая транспортная задача линейного программирования.

Пусть имеется:

- три пункта отправления – города A_1, A_2, A_3 , в которых сосредоточены запасы некоторого товара соответственно в количестве $a_1 = 10, a_2 = 20, a_3 = 30$;

- три пункта назначения – города B_1, B_2, B_3 , в которых сосредоточены потребители товара, желающие получить его в количестве $b_1 = 10, b_2 = 10, b_3 = 40$;

- сумма заявок всех городов – потребителей товара равна суммарному количеству товара, имеющегося в городах – поставщиках товара, т.е.

$$a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3 = 60.$$

- известна стоимость перевозки одной единицы товара из пункта отправления A_i в пункт назначения B_j , т.е. задана матрица стоимостей перевозок

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 50 \\ 40 & 60 & 90 \\ 30 & 80 & 70 \end{pmatrix}$$

Требуется составить такой план перевозок, при котором весь имеющийся запас товара будет вывезен из городов- поставщиков товара, все заявки городов – потребителей удовлетворены, а стоимость перевозок всего товара, который перевозится от поставщиков к потребителям, будет минимальной.

Дать математическую формулировку задачи.

Для задач Практическое занятие 15-17 построить двойственную задачу. Выяснить содержательную сторону сформулированных задач.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 18 (тема 6)

1. Повторение материала темы.

2. Определить области существования и области значений следующих функций:

а) $y = \sqrt{3x - x^3}$; б) $y = \log(x^2 - 4)$; в) $y = \sin(\sqrt{x})$; г) $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$;

д) $y = \sqrt{2 + x - x^2}$ е) $y = (-1)^x$; ж) $y = \log_2 \log_3 \log_4 x$.

3. На какое множество R_y отображает множество R_x функция $y = f(x)$

а) $y = x^2$, $R_x = \{-1 \leq x \leq 2\}$; б) $y = \lg x$, $R_x = \{10 \leq x \leq 1000\}$

в) $y = |x|$, $R_x = \{1 \leq |x| \leq 2\}$; г) $y = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4}$, $R_x = \{0 \leq |x| \leq 1\}$.

4. Пусть функция $f(u)$ определена при $0 < u < 1$. Найти область определения функций

а) $f(\sin x)$; б) $f(\ln x)$; в) $f(|x|)$; г) $f\left(\frac{|x|}{x}\right)$.

5. Найти:

а) $f[f(x)]$, если $f(x) = \frac{1}{1-x}$; б) $f(x)$, если $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$;

г) $f(x)$, если $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$.

6. Построить графики функций

а) $y = ax + b$, $a \in R, b \in R$; б) $y = ax^2 + bx + c$, приведя ее к виду $y = y_0 + a(x - x_0)^2$;

в) $y = x^2 + \frac{1}{x}$ - трезубец Ньютона; г) $y = \frac{1}{1+x^2}$ - кривая Аньези.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 19 (тема 7)

1. Повторение материала темы.

2. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x^2 + x^5}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$; е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x+1}\right)^{\frac{1}{2x}}$; ж) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$; з) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2} - (1+x)}{x}$;

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 20 (тема 7)

1. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 3x$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 21 (тема 8)

1. Повторение материала темы.

2. Найти первую и вторую производные функций:

а) $y = \sin(\cos x)$; б) $y = \ln(\operatorname{tg} x^2)$; в) $y = \operatorname{tg}(\ln^2(x+2))$; г) $y = 5^x + \sqrt{x - \ln x}$;

д) $y = \frac{e^{\sin x}}{\ln(3 \cdot x + 7)}$; е) $y = 5^{2x} \cdot (x^4 - 5x^3 + x \sin x)$; ж) $y = \frac{\operatorname{arctg}(3x+2)}{\operatorname{arcsin}(x^2+2)}$;

з) $y = \sin(\operatorname{tg} x)$; и) $y = \exp(\ln(\operatorname{tg} x^2) - 1)$; к) $y = \operatorname{tg}(\ln^2(x+2) / \exp(-x))$;

л) $y = x^x + \sqrt{x^3 - \ln 3x^2}$.

3. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в заданной точке $M(x_0, y_0)$

а) $f(x) = 3x^2$, $M(-2, 12)$; б) $x^2 + y^2 - 36 = 0$, $M(-4, -\sqrt{20})$.

*Примечание: занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 22 (тема 8)

Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, проходящей через заданную точку $M(x_0, y_0)$

а) $f(x) = 3x^2 + 1$, $M(1, 0)$; б) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 25 = 0$, $M(12, 0)$;

в) $f(x) = 3x^2 - 6x + 14$, $M(1, 1)$;

*Примечание: занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 23 (тема 8)

Исследовать функции и построить их графики

а) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$; б) $y = x \cdot \exp(-x)$; в) $y = \frac{x}{2x^2 - 4}$; г) $y = \frac{x^2}{2x^2 - 4}$;

д) $y = \exp(\operatorname{tg} x) - 1$.

*Примечание: занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 24 (тема 9)

1. Повторение материала темы.
2. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

а) $\int (3x^2 + \sin^2 x) dx$; б) $\int e^x 5^{4x} dx$; в) $\int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx$; г) $\int x\sqrt{x} dx$; д) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$;

е) $\int (\frac{5}{3x} + \operatorname{tg} 2x - \frac{4}{\cos^2 3x}) dx$; ж) $\int \frac{x^4}{x^2 - 1} dx$.

3. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

а) $\int \sin^2 x \cos x dx$; б) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$; в) $\int x(x-3)^8 dx$; г) $\int \frac{2x}{1+x^4} dx$;

д) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$; е) $\int \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$; ж) $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$.

4. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям

а) $\int x^2 \cos x dx$; б) $\int (2x + 5) \cos x dx$; в) $\int x \ln x dx$; г) $\int x e^x dx$; д) $\int \cos \sqrt{x} dx$

5. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей

а) $\int \frac{3x + 4}{x^2 + 2x + 5} dx$; б) $\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1} dx$.

***Примечание:** занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 25 (тема 9)

1. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми

а) $y = -x^2 + 3, y = 0$; б) $y = x^2, y = \sqrt{x}$; в) $y = x^2 - 2x, y = 4x - x^2$;

г) $y = -x^2 + 4x, y = 2x$; д) $y = x^2, y = \sqrt{x}$; е) $y = \sin x, x = \pi/4, x = \pi, y = 0$.

2. Вычислить несобственные интегралы

а) $\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^2}, a > 0$; б) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + x^3}$; в) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1 + x^2}$,

г) $\int_0^1 \ln x dx$; д) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$; е) $\int_0^5 \frac{dx}{(x - 1)^2}$.

***Примечание:** занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по заданной тематике; коллективное обсуждение результатов с анализом выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 26 (тема 10)

1. Повторение материала темы.

2. Доказать непосредственно сходимость рядов и найти их суммы

а) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$ б) $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots$

3. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n - 1}{7n + 5}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$; е) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n + 1)!}$; ж) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000^n}{n!}$; з) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$.

4. Исследовать сходимость знакочередующегося числового ряда

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n + 1000}{3n + 1}\right)^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n + 100}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin^2 n}{n}$.

5. Найти область сходимости степенного ряда

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{3^n}}$.

6. Разложить функции в ряд Маклорена и найти радиус сходимости ряда

а) $f(x) = (1+x)^n$; б) $f(x) = \frac{\sin x - x}{x^3}$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 27 (тема 11)

1. Повторение материала темы.

2. Найти частные производные функций двух переменных

а) $z = x^2 y - \cos^2 xy$; б) $z = \arcsin(x^2 - y^2) - \operatorname{tg} xy + \frac{\cos^2(x+y)}{\sqrt{x+y}}$; в) $z = x^2 \sqrt{x^3 + \sin y}$.

3. Полагая, что произвольная функция f дифференцируема, проверить следующие равенства:

а) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, z = f(x^2 + y^2)$; б) $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0, z = \frac{y^2}{3x} + f(xy)$.

4. Найти величину и направление градиента функции в точке $M(x_0, y_0, z_0)$

а) $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, M(1, 2, 1)$; б) $f(x, y, z) = xyz, M(1, 1, 1)$.

5. Найти точки локального экстремума функций и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума

а) $u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2$; б) $u = x^2 - 2xy + 4y^3$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 28 (тема 11)

1. Используя метод множителей Лагранжа найти условный экстремум функции при заданных дополнительных условиях

а) $f(x, y) = (x+3)^2 + (y+1)^2$ при условии $y - 2x - 1 = 0$;

б) $f(x, y) = (x+1,5)^2 + (y+1)^2$ при условии $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

2. Вычислить двойные интегралы $\iint_G f(x, y) dx dy$ по заданной области G

а) $f(x, y) = xy, G\{(x, y): y = 0, y = x, x = 1\}$

б) $f(x, y) = x + y^2, G\{(x, y): y = x, y = x^2\}$;

в) $f(x, y) = x, G\{(x, y): y = 3x^2, y = 6 - 3x\}$;

г) $f(x, y) = \sin(x+y), G\{(x, y): 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$;

д) $f(x, y) = x - y, G(x, y)$ -треугольник с вершинами $(1, 1), (4, 1), (4, 4)$.

3. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

а) $xy = 1, x + y = 2.5$;

б) $y^2 = 2x + 1, y^2 = -2x + 1$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 29 (тема 12)

1. Повторение материала темы.

2. Решить дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

а) $y' = -\frac{2xy^2}{x^2 - 1}$; б) $x^2 y' - \sqrt{x} \cos^2 y = 0$; в) $y' + \frac{y}{x} = 0$.

3. Методом вариации произвольной постоянной найти общие решения дифференциальных уравнений первого порядка

а) $y' + \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$; б) $y' - 2xy = e^{x^2}$; в) $y' + y = \frac{x}{5}$; г) $y' + x^2 y = x^2$.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по заданной тематике; коллективное обсуждение результатов с анализом выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 30(тема 12)

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

а) $xy'' + y' = 0$; б) $y'' - (y')^2 = 0$; в) $y'' + 3y' = 5x + 1$; г) $y'' - 3y' + 2y = 2e^{3x}$;

д) $y'' + 2y' = (3x + 7)e^x$; е) $y'' + y' - 6y = (10x + 2)e^{2x}$; ж) $y'' + 5y' = 10x + 12 + 6e^x$.

2. Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

а) $y'' + y' - 2y = 8\sin 2x + \cos x$; б) $y'' + 4y = \cos 2x + \exp(4x)$;

в) $y'' + 4y = \exp(-5x) + x^2 - 7x + 12$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по заданной тематике; коллективное обсуждение результатов с анализом выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

для очно-заочной формы обучения

Практическое занятие 1 (тема 1)

1. Повторение материала темы.

2. Заданы матрицы A и B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

а) $A+B$; б) $A^T B$; в) $A+B^T$; г) $A \cdot B$; д) AB^T ; е) $A^T + B^T$; ж) $A^T - B$; з) $A^T B^T$;

к) Найти матрицу $C=6A-3B$ и матрицу $D=A^T+B^T$;

3. Задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы A^3 и $A^2 - A$

4. Вычислить определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Решить уравнения

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

6. Найти ранги матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 2 (тема 2)

1. Повторение материала темы.

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 = -6 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 6x + 5y + 4z = -2 \\ 9x + 8y + 7z = 3 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 3 (тема 3)

1. Повторение материала темы.

2. Является ли система векторов a_1, a_2, a_3 линейно независимой

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Если система векторов a_1, a_2, a_3 является линейно независимой, то выразить нижеприведенный вектор x в базисе данных векторов

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x трехмерного линейного пространства в вектор y , причем

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{а) } y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } y = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двумерного линейного пространства в вектор y по следующему правилу:

а) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.

б) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.

в) Удвоение значения первой координаты, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.

г) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.

5. Определить косинус угла между векторами a_1 и a_2 , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}; \text{ б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

6. Написать уравнения касательных к параболе $y = x^2$, проходящих через заданную точку плоскости $M(4,7)$. Составить уравнения нормалей к касательным, построенных в указанной точке M .

7. Дана прямая $2x+5y-1=0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1,3)$: а) параллельно данной прямой; б) перпендикулярно данной прямой.

8. Через вершины треугольника $A(-1,2)$, $B(3,-1)$ и $C(0,4)$ проведены прямые параллельно противоположащим сторонам. Составить их уравнения.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 4 (тема 5)

1. Повторение материала темы.

2. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ x_2 - 3 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2 \geq 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ 3x_2 - 9 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 7x_2 - 8 \leq 0 \\ 5x_2 - 2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

3. В указанной ниже задаче требуется

1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.

2) Найти решение задачи графическим методом.

Автотранспортное предприятие проводит закупку автобусов двух типов А и Б в количестве не более M машин, которые должны обеспечить одновременную перевозку не менее N пассажиров. Стоимость автобуса типа А - s_A тыс. рублей, стоимость автобуса типа Б - s_B тыс. рублей. Количество пассажиров, которое может разместиться в одном автобусе типов А и Б, равно n_A и n_B , соответственно. Сколько надо закупить автобусов каждого типа, чтобы минимизировать расходы?

$$M=20; N = 1500; s_A=800; s_B=300; n_A = 100; n_B=60.$$

4. В указанной ниже задаче требуется

1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.

2) Найти решение задачи графическим методом.

В ходе выборов кандидата для достижения успеха необходимо охватить теле- и радиорекламой не менее N тысяч человек (с повтором). Известно, что одна 30-секундная телереклама будет просмотрена n тысячами избирателей, одна 30-секундная радиореклама будет услышана m тысячами избирателей. Стоимость трансляции одного телефрагмента составляет 500\$, а одного радиофрагмента - 100\$. Всего планируется занять не менее t минут эфирного времени. Сколько теле- и радиофрагмен-

тов следует транслировать, чтобы минимизировать расходы.

$N=720, n=24, m=4, t=40$.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 5 (тема 6)

1. Повторение материала темы.

2. Определить области существования и области значений следующих функций:

а) $y = \sqrt{3x - x^3}$; б) $y = \log(x^2 - 4)$; в) $y = \sin(\sqrt{x})$; г) $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$;

д) $y = \sqrt{2 + x - x^2}$ е) $y = (-1)^x$; ж) $y = \log_2 \log_3 \log_4 x$.

3. На какое множество R_y отображает множество R_x функция $y = f(x)$

а) $y = x^2, R_x = \{-1 \leq x \leq 2\}$; б) $y = \lg x, R_x = \{10 \leq x \leq 1000\}$

в) $y = |x|, R_x = \{1 \leq |x| \leq 2\}$; г) $y = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4}, R_x = \{0 \leq |x| \leq 1\}$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 6 (тема 7)

1. Повторение материала темы.

2. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x^2 + x^5}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$; е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x+1}\right)^{\frac{1}{2x}}$; ж) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$; з) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2} - (1+x)}{x}$;

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 7 (тема 8)

1. Повторение материала темы.

2. Найти первую и вторую производные функций:

а) $y = \sin(\cos x)$; б) $y = \ln(\operatorname{tg} x^2)$; в) $y = \operatorname{tg}(\ln^2(x+2))$; г) $y = 5^x + \sqrt{x - \ln x}$;

д) $y = \frac{e^{\sin x}}{\ln(3 \cdot x + 7)}$; е) $y = 5^{2x} \cdot (x^4 - 5x^3 + x \sin x)$; ж) $y = \frac{\operatorname{arctg}(3x+2)}{\operatorname{arcsin}(x^2+2)}$.

3. Найти первую и вторую производные функций:

а) $y = \sin(\operatorname{tg} x)$; б) $y = \exp(\ln(\operatorname{tg} x^2) - 1)$; в) $y = \operatorname{tg}(\ln^2(x+2) / \exp(-x))$;

г) $y = x^x + \sqrt{x^3 - \ln 3x^2}$.

4. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в заданной точке $M(x_0, y_0)$

а) $f(x) = 3x^2$, $M(-2, 12)$; б) $x^2 + y^2 - 36 = 0$, $M(-4, -\sqrt{20})$.

*Примечание: занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 8 (тема 9)

1. Повторение материала темы.

2. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

а) $\int (3x^2 + \sin^2 x) dx$; б) $\int e^x 5^{4x} dx$; в) $\int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx$; г) $\int x\sqrt{x} dx$; д) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$;

е) $\int (\frac{5}{3x} + \operatorname{tg} 2x - \frac{4}{\cos^2 3x}) dx$; ж) $\int \frac{x^4}{x^2 - 1} dx$.

3. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

а) $\int \sin^2 x \cos x dx$; б) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$; в) $\int x(x-3)^8 dx$; г) $\int \frac{2x}{1+x^4} dx$;

д) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$; е) $\int \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$; ж) $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$.

4. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям

а) $\int x^2 \cos x dx$; б) $\int (2x+5) \cos x dx$; в) $\int x \ln x dx$; г) $\int x e^x dx$; д) $\int \cos \sqrt{x} dx$

*Примечание: занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 9 (тема 10)

1. Повторение материала темы.
2. Доказать непосредственно сходимость рядов и найти их суммы

а) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$ б) $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots$

3. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{7n+5}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$;

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 10 (тема 11)

1. Полагая, что произвольная функция f дифференцируема, проверить следующие равенства:

а) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, z = f(x^2 + y^2)$; б) $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0, z = \frac{y^2}{3x} + f(xy)$.

2. Найти величину и направление градиента функции в точке $M(x_0, y_0, z_0)$

а) $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, M(1, 2, 1)$; б) $f(x, y, z) = xyz, M(1, 1, 1)$.

3. Найти точки локального экстремума функций и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума

а) $u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2$; б) $u = x^2 - 2xy + 4y^3$.

4. Используя метод множителей Лагранжа найти условный экстремум функции при заданных дополнительных условиях

а) $f(x, y) = (x+3)^2 + (y+1)^2$ при условии $y - 2x - 1 = 0$;

б) $f(x, y) = (x+1,5)^2 + (y+1)^2$ при условии $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

5. Вычислить двойные интегралы $\iint_G f(x, y) dx dy$ по заданной области G

а) $f(x, y) = xy, G\{(x, y) : y = 0, y = x, x = 1\}$

б) $f(x, y) = x + y^2, G\{(x, y) : y = x, y = x^2\}$;

в) $f(x, y) = x, G\{(x, y) : y = 3x^2, y = 6 - 3x\}$;

г) $f(x, y) = \sin(x + y), G\{(x, y) : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$;

д) $f(x, y) = x - y, G(x, y)$ -треугольник с вершинами $(1, 1), (4, 1), (4, 4)$.

6. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

а) $xy = 1, x + y = 2,5$;

б) $y^2 = 2x + 1, y^2 = -2x + 1$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 11 (тема 12)

Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

а) $y'' + y' - 2y = 8\sin 2x + \cos x$; б) $y'' + 4y = \cos 2x + \exp(4x)$;

в) $y'' + 4y = \exp(-5x) + x^2 - 7x + 12$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по заданной тематике; коллективное обсуждение результатов с анализом выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

для заочной формы обучения

Практическое занятие 1 (тема 1)

1. Повторение материала темы.

2. Заданы матрицы A и B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

а) $A + B$; б) $A^T B$; в) $A + B^T$; г) $A \cdot B$; д) AB^T ; е) $A^T + B^T$; ж) $A^T - B$; з) $A^T B^T$;

к) Найти матрицу $C = 6A - 3B$ и матрицу $D = A^T + B^T$;

3. Задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы A^3 и $A^2 - A$

4. Вычислить определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 2 (тема 1)

1. Решить уравнения

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

2. Найти ранги матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Привести матрицы к ступенчатому виду

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 8 \\ 1 & -6 & 1 \\ 7 & -2 & 15 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Найти максимальное число линейно независимых строк матриц, приведенных в п.1.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 3 (тема 2)

1. Повторение материала темы.

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 = -6 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 6x + 5y + 4z = -2 \\ 9x + 8y + 7z = 3 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

Решить систему уравнений методом LU-разложения, сравнить трудоемкость вычислительных процедур.

4. Решить системы уравнений относительно параметра a

$$\begin{cases} (1+a)x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + (1+a)x_2 + x_3 = a \\ x_1 + x_2 + (1+a)x_3 = a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + ax_4 = 1 \end{cases}$$

5. Найти общее решение систем уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 6x_1 - 8x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 8x_1 + 9x_2 + 9x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 19x_2 - 3x_3 + 25x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 13x_3 + x_4 + 16x_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 15x_1 + 61x_2 - 2x_3 + 17x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 23x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ -7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 52x_4 + 6x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

6. Найти решение систем уравнений с матрицами специального вида (трехдиагональными). Сравнить прямой метод Гаусса и метод прогонки

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 0x_3 + 0x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 0x_4 = 1 \\ 0x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 0x_1 + 0x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 0x_3 - 0x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 = 8 \\ 0x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20 \\ 0x_1 - 0x_2 + x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases}$$

***Примечание:** занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективное обсуждение результатов выполненного исследования с анализом выявленных типичных ошибок; проверка знаний в форме тестирования.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 4 (тема 3)

1. Повторение материала темы.

2. Является ли система векторов a_1, a_2, a_3 линейно независимой

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \text{ б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Если система векторов a_1, a_2, a_3 является линейно независимой, то выразить нижеприведенный вектор x в базисе данных векторов

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x трехмерного линейного пространства в вектор y , причем

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{а) } y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \end{pmatrix}, \text{ б) } y = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двумерного линейного пространства в вектор y по следующему правилу:

а) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.

б) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.

в) Удвоение значения первой координаты, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.

г) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.

5. Определить косинус угла между векторами a_1 и a_2 , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}; \text{ б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

6. Написать уравнения касательных к параболе $y = x^2$, проходящих через заданную точку плоскости $M(4,7)$. Составить уравнения нормалей к касательным, построенных в указанной точке M .

7. Дана прямая $2x+5y-1=0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1,3)$: а) параллельно данной прямой; б) перпендикулярно данной прямой.

8. Через вершины треугольника $A(-1,2)$, $B(3,-1)$ и $C(0,4)$ проведены прямые параллельно противоположным сторонам. Составить их уравнения.

9. Две стороны квадрата лежат на прямых $3x+4y+22=0$, $3x+4y-13=0$. Вычислить площадь квадрата.

10. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x-3y+5=0$, $3x+y-7=0$ перпендикулярно к прямой $y=2x$.

11. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин $A(1,2)$, $B(3,8)$, $C(6,1)$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 5 (тема 4)

1. Повторение материала темы.

2. Заданы комплексные числа

$$z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } z_2 = \sqrt{3} + i.$$

а) Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}.$$

б) Записать комплексные числа в тригонометрической и экспоненциальной формах.

Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}, \quad z_1^4, \quad z_2^{10}, \quad \sqrt[3]{z_2}.$$

3. Найти все значения $\sqrt[4]{-1}$, $\sqrt[4]{16}$.

4. Вычислить

$$(2+i\sqrt{12})^5, \quad \frac{(-1+i\sqrt{3})^{50}}{(1-i)^{100}}, \quad \left(1 + \cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)^6.$$

5. Решить уравнения

$$x^6 - 64 = 0, \quad x^8 + 3^8 = 0.$$

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 6 (тема 5)

1. Повторение материала темы.
2. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ x_2 - 3 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2 \geq 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ 3x_2 - 9 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 7x_2 - 8 \leq 0 \\ 5x_2 - 2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
 - 2) Найти решение задачи графическим методом.
4. Автотранспортное предприятие проводит закупку автобусов двух типов А и Б в количестве не более М машин, которые должны обеспечить одновременную перевозку не менее N пассажиров. Стоимость автобуса типа А - s_A тыс. рублей, стоимость автобуса типа Б - s_B тыс. рублей. Количество пассажиров, которое может разместиться в одном автобусе типов А и Б, равно n_A и n_B , соответственно. Сколько надо закупить автобусов каждого типа, чтобы минимизировать расходы?
- $M=20$; $N = 1500$; $s_A=800$; $s_B=300$; $n_A = 100$; $n_B=60$.

В указанной ниже задаче требуется

- 5) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
 - 6) Найти решение задачи графическим методом.
- В ходе выборов кандидата для достижения успеха необходимо охватить теле- и радиорекламой не менее N тысяч человек (с повтором). Известно, что одна 30-секундная телереклама будет просмотрена n тысячами избирателей, одна 30-секундная радиореклама будет услышана m тысячами избирателей. Стоимость трансляции одного телефрагмента составляет 500\$, а одного радиофрагмента - 100\$. Всего планируется занять не менее t минут эфирного времени. Сколько теле- и радиофрагментов следует транслировать, чтобы минимизировать расходы.

$$N=720, n=24, m=4, t=40.$$

В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
 - 2) Найти решение задачи графическим методом.
- При откорме кроликов можно использовать корм с высоким содержанием белка по цене 0.8 у.ед./кг или более дешевый корм по цене 0.4 у.ед./кг. Килограмм дорогого корма дает 125 г белка и 4500 калорий, а дешевого – 50 г белка и 7500 калорий. Одному кролику в неделю требуется не менее 100 г белка и 4500 калорий. Найти самую дешевую смесь кормов, удовлетворяющих требованиям питательности.
- 7) Сформулирована следующая транспортная задача линейного программирования.

Пусть имеется:

- три пункта отправления – города A_1, A_2, A_3 , в которых сосредоточены запасы некоторого товара соответственно в количестве $a_1 = 10, a_2 = 20, a_3 = 30$;

- три пункта назначения – города B_1, B_2, B_3 , в которых сосредоточены потребители товара, желающие получить его в количестве $b_1 = 10, b_2 = 10, b_3 = 40$;

- сумма заявок всех городов – потребителей товара равна суммарному количеству товара, имеющегося в городах – поставщиках товара, т.е.

$$a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3 = 60.$$

- известна стоимость перевозки одной единицы товара из пункта отправления A_i в пункт назначения B_j , т.е. задана матрица стоимостей перевозок

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 50 \\ 40 & 60 & 90 \\ 30 & 80 & 70 \end{pmatrix}$$

Требуется составить такой план перевозок, при котором весь имеющийся запас товара будет вывезен из городов- поставщиков товара, все заявки городов – потребителей удовлетворены, а стоимость перевозок всего товара, который перевозится от поставщиков к потребителям, будет минимальной.

Дать математическую формулировку задачи.

Выяснить содержательную сторону сформулированных задач.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 7 (тема 6)

1. Повторение материала темы.

2. Определить области существования и области значений следующих функций:

а) $y = \sqrt{3x - x^3}$; б) $y = \log(x^2 - 4)$; в) $y = \sin(\sqrt{x})$; г) $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$;

д) $y = \sqrt{2 + x - x^2}$ е) $y = (-1)^x$; ж) $y = \log_2 \log_3 \log_4 x$.

3. На какое множество R_y отображает множество R_x функция $y = f(x)$

а) $y = x^2, R_x = \{-1 \leq x \leq 2\}$; б) $y = \lg x, R_x = \{10 \leq x \leq 1000\}$

в) $y = |x|, R_x = \{1 \leq |x| \leq 2\}$; г) $y = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4}, R_x = \{0 \leq |x| \leq 1\}$.

4. Пусть функция $f(u)$ определена при $0 < u < 1$. Найти область определения функций

а) $f(\sin x)$; б) $f(\ln x)$; в) $f(|x|)$; г) $f\left(\frac{|x|}{x}\right)$.

5. Найти:

а) $f[f(x)]$, если $f(x) = \frac{1}{1-x}$; б) $f(x)$, если $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$;

г) $f(x)$, если $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$.

6. Построить графики функций

а) $y = ax + b$, $a \in R, b \in R$; б) $y = ax^2 + bx + c$, приведя ее к виду $y = y_0 + a(x - x_0)^2$;

в) $y = x^2 + \frac{1}{x}$ - трезубец Ньютона; г) $y = \frac{1}{1+x^2}$ - кривая Аньези.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 8 (тема 7)

1. Повторение материала темы.

2. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x^2 + x^5}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$; е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x+1}\right)^{\frac{1}{2x}}$; ж) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$; з) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2} - (1+x)}{x}$;

3. Вычислить пределы

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 3x$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 9 (тема 8)

1. Повторение материала темы.

2. Найти первую и вторую производные функций:

а) $y = \sin(\cos x)$; б) $y = \ln(\operatorname{tg} x^2)$; в) $y = \operatorname{tg}(\ln^2(x+2))$; г) $y = 5^x + \sqrt{x - \ln x}$;

д) $y = \frac{e^{\sin x}}{\ln(3 \cdot x + 7)}$; е) $y = 5^{2x} \cdot (x^4 - 5x^3 + x \sin x)$; ж) $y = \frac{\operatorname{arctg}(3x+2)}{\operatorname{arcsin}(x^2+2)}$.

3. Найти первую и вторую производные функций:

а) $y = \sin(\operatorname{tg} x)$; б) $y = \exp(\ln(\operatorname{tg} x^2) - 1)$; в) $y = \operatorname{tg}(\ln^2(x+2) / \exp(-x))$;
г) $y = x^x + \sqrt{x^3 - \ln 3x^2}$.

4. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в заданной точке $M(x_0, y_0)$

а) $f(x) = 3x^2$, $M(-2, 12)$; б) $x^2 + y^2 - 36 = 0$, $M(-4, -\sqrt{20})$.

в) $f(x) = 3x^2 + 1$, $M(1, 0)$; г) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 25 = 0$, $M(12, 0)$;

д) $f(x) = 3x^2 - 6x + 14$, $M(1, 1)$;

5. Исследовать функции и построить их графики

а) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$; б) $y = x \cdot \exp(-x)$.

6. Исследовать функции и построить их графики

а) $y = \frac{x}{2x^2 - 4}$; б) $y = \frac{x^2}{2x^2 - 4}$; в) $y = \exp(\operatorname{tg} x) - 1$.

***Примечание:** занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 10 (тема 9)

1. Повторение материала темы.

2. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

а) $\int (3x^2 + \sin^2 x) dx$; б) $\int e^x 5^{4x} dx$; в) $\int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx$; г) $\int x\sqrt{x} dx$; д) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$;

е) $\int (\frac{5}{3x} + \operatorname{tg} 2x - \frac{4}{\cos^2 3x}) dx$; ж) $\int \frac{x^4}{x^2 - 1} dx$.

3. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

а) $\int \sin^2 x \cos x dx$; б) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$; в) $\int x(x-3)^8 dx$; г) $\int \frac{2x}{1+x^4} dx$;

д) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$; е) $\int \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$; ж) $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$.

4. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям

а) $\int x^2 \cos x dx$; б) $\int (2x+5) \cos x dx$; в) $\int x \ln x dx$; г) $\int x e^x dx$; д) $\int \cos \sqrt{x} dx$

5. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей

а) $\int \frac{3x+4}{x^2+2x+5} dx$; б) $\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1} dx$.

6. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми

а) $y = -x^2 + 3$, $y = 0$; б) $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$; в) $y = x^2 - 2x$, $y = 4x - x^2$;

г) $y = -x^2 + 4x$, $y = 2x$; д) $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$; е) $y = \sin x$, $x = \pi/4$, $x = \pi$, $y = 0$.

7. Вычислить несобственные интегралы

а) $\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^2}, a > 0$; б) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}$; в) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$,

г) $\int_0^1 \ln x dx$; д) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$; е) $\int_0^5 \frac{dx}{(x-1)^2}$.

***Примечание:** занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения.

Формируемые компетенции: ОПК-6..

Практическое занятие 11 (тема 10)

1. Повторение материала темы.

2. Доказать непосредственно сходимость рядов и найти их суммы

а) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$ б) $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots$

3. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{7n+5}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$;

4. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000^n}{n!}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$.

2. Исследовать сходимость знакочередующегося числового ряда

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1000}{3n+1}\right)^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+100}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin^2 n}{n}$.

5. Найти область сходимости степенного ряда

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{3^n}}$.

6. Разложить функции в ряд Маклорена и найти радиус сходимости ряда

а) $f(x) = (1+x)^n$; б) $f(x) = \frac{\sin x - x}{x^3}$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 12 (тема 11)

1. Повторение материала темы.

2. Найти частные производные функций двух переменных

а) $z = x^2 y - \cos^2 xy$; б) $z = \arcsin(x^2 - y^2) - \operatorname{tg} xy + \frac{\cos^2(x+y)}{\sqrt{x+y}}$; в) $z = x^2 \sqrt{x^3 + \sin y}$.

3. Полагая, что произвольная функция f дифференцируема, проверить следующие равенства:

а) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, z = f(x^2 + y^2)$; б) $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0, z = \frac{y^2}{3x} + f(xy)$.

4. Найти величину и направление градиента функции в точке $M(x_0, y_0, z_0)$

а) $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, M(1, 2, 1)$; б) $f(x, y, z) = xyz, M(1, 1, 1)$.

5. Найти точки локального экстремума функций и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума

а) $u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2$; б) $u = x^2 - 2xy + 4y^3$.

6. Используя метод множителей Лагранжа найти условный экстремум функции при заданных дополнительных условиях

а) $f(x, y) = (x+3)^2 + (y+1)^2$ при условии $y - 2x - 1 = 0$;

б) $f(x, y) = (x+1,5)^2 + (y+1)^2$ при условии $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

7. Вычислить двойные интегралы $\iint_G f(x, y) dx dy$ по заданной области G

а) $f(x, y) = xy, G\{(x, y) : y = 0, y = x, x = 1\}$

б) $f(x, y) = x + y^2, G\{(x, y) : y = x, y = x^2\}$;

в) $f(x, y) = x, G\{(x, y) : y = 3x^2, y = 6 - 3x\}$;

г) $f(x, y) = \sin(x+y), G\{(x, y) : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$;

д) $f(x, y) = x - y, G(x, y)$ -треугольник с вершинами $(1, 1), (4, 1), (4, 4)$.

8. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

а) $xy = 1, x + y = 2,5$;

б) $y^2 = 2x + 1, y^2 = -2x + 1$.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

Практическое занятие 13 (тема 12)

1. Повторение материала темы.

2. Решить дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

а) $y' = -\frac{2xy^2}{x^2-1}$; б) $x^2 y' - \sqrt{x} \cos^2 y = 0$; в) $y' + \frac{y}{x} = 0$.

3. Методом вариации произвольной постоянной найти общие решения дифференциальных уравнений первого порядка

а) $y' + \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$; б) $y' - 2xy = e^{x^2}$; в) $y' + y = \frac{x}{5}$; г) $y' + x^2 y = x^2$.

4. Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

а) $xy'' + y' = 0$; б) $y'' - (y')^2 = 0$; в) $y'' + 3y' = 5x + 1$; г) $y'' - 3y' + 2y = 2e^{3x}$;

д) $y'' + 2y' = (3x + 7)e^x$; е) $y'' + y' - 6y = (10x + 2)e^{2x}$; ж) $y'' + 5y' = 10x + 12 + 6e^x$.

5. Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

а) $y'' + y' - 2y = 8\sin 2x + \cos x$; б) $y'' + 4y = \cos 2x + \exp(4x)$;

в) $y'' + 4y = \exp(-5x) + x^2 - 7x + 12$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по заданной тематике; коллективное обсуждение результатов с анализом выявленных типичных ошибок.

Формируемые компетенции: ОПК-6.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Приложение 1 Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)

8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Карта фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Темы по учебно-тематическому плану	Оценочные средства	Контролируемые компетенции
1	Матрицы и определители	Тест 1,2. Задача 1 Вопросы к зачету 1-4 Вопросы к экзамену 1-3	ОПК-6
2	Системы линейных уравнений	Тест 3-5 Задача 2 Вопросы к зачету 5-9 Вопросы к экзамену 4-6	ОПК-6
3	Линейные пространства	Тест 6,7 Вопросы к зачету 10-14 Вопросы к экзамену 7-9	ОПК-6
4	Комплексные числа	Тест 8,9 Вопросы к зачету 15-19 Вопросы к экзамену 10-12	ОПК-6
5	Экономико-математические методы	Тест 10,11 Задача 3 Вопросы к зачету 20-25 Вопросы к экзамену 13-15	ОПК-6
6	Функции одной переменной	Тест 12-14 Задача 2 Вопросы к зачету Вопросы к экзамену 16-18	ОПК-6
7	Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций	Тест 15-17 Задача 4 Вопросы к экзамену 19-21	ОПК-6
8	Дифференциальное исчисление	Тест 18-20 Задачи Вопросы к экзамену 22-24	ОПК-6
9	Неопределенный и определенный интегралы	Тест 21-22 Задача 5 Вопросы к зачету Вопросы к экзамену 25-27	ОПК-6
10	Ряды	Тест 23-24 Задачи Вопросы к зачету Вопросы к экзамену 28-30	ОПК-6
11	Функции нескольких переменных	Тест 25-28 Вопросы к зачету Вопросы к экзамену 31-34	ОПК-6
12	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Тест 29 -33. Вопросы к зачету Вопросы к экзамену 35-38	ОПК-6.

Фонд оценочных средств текущего контроля по дисциплине «Математика»
Приложение 2 Содержание фонда оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Вопросы к зачету

1. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц.
2. Транспонирование матриц. Умножение матриц.
3. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителей.
4. Обратная матрица и способы ее вычисления.
5. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
6. Собственные векторы и собственные значения матрицы, свойства собственных векторов матрицы.
7. Основные понятия, определения и формы записи системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Условие Кронекера-Капелли совместности СЛАУ.
8. Нахождение решения системы линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера.
9. Запись и решение СЛАУ в матричном виде.
10. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
11. Общее решение произвольной системы линейных алгебраических уравнений.
12. Линейная зависимость и независимость векторов.
13. Скалярное произведение векторов.
14. Базис линейного пространства. Преобразование координат при замене базиса.
15. Ортонормированные базисы. Евклидовы пространства.
16. Нахождение матрицы линейного преобразования.
17. Прямая и основные кривые на плоскости.
18. Уравнение прямой в трехмерном пространстве.
19. Уравнение плоскости в трехмерном пространстве.
20. Понятие, геометрическое представление и формы записи комплексных чисел.
21. Основные операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.
22. Постановка задач линейного программирования.
23. Графический метод решения задач линейного программирования.
24. Элементы теории двойственности.
25. Понятие о целочисленном программировании и методах решения соответствующих задач.

Вопросы к экзамену

1. Понятие действительной функции действительной переменной. Способы задания функции. График функции.
2. Основные элементарные функции. Сложная и взаимно обратные функции.
3. Основные свойства функций. Примеры функций, используемых в экономике.
4. Понятие числовой последовательности и основные свойства сходящихся последовательностей.
5. Предел числовой последовательности. Признаки существования предела последовательности. Два замечательных предела.
6. Предел функции в бесконечности и в точке.
7. Непрерывность функции действительной переменной. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.
8. Производная функции и дифференциал. Производные высших порядков.
9. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала, приложения производной в экономических расчетах.
10. Правила дифференцирования сумм, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций.
11. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталя.
12. Точки экстремума, выпуклость и точки перегиба функции. Необходимое и достаточное условие локального экстремума функции.
13. Нахождение асимптот функции.
14. Уравнение касательной и нормали к графику функции в заданной точке.
15. Первообразная функции и неопределенный интеграл.
16. Свойства неопределенного интеграла.
17. Интегралы от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования.
18. Интегрирование рациональных дробей, иррациональных и тригонометрических выражений.
19. Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
20. Формула Ньютона-Лейбница.
21. Приложения определенного интеграла.
22. Понятие числового ряда. Основные свойства рядов.
23. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
24. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.
25. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда.
26. Ряды Тейлора, Маклорена и Фурье.
27. Понятия функции нескольких переменных, предел и непрерывность функции.
28. Частные производные функции и полный дифференциал.
29. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное

условие экстремума.

30. Условный экстремум. Нахождение условного экстремума методом множителей Лагранжа.

31. Метод наименьших квадратов.

32. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.

33. Геометрическая интерпретация и приложения двойного интеграла.

34. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия. Краевая задача и задача Коши.

35. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

36. Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

37. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.

38. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Типовые задачи по дисциплине

1. Заданы матрицы A и B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

а) $A+B$; б) $A^T B$; в) $A+B^T$; г) $A \cdot B$; д) AB^T ; е) $A^T + B^T$; ж) $A^T - B$; з) $A^T B^T$;

к) Найти матрицу $C = 6A - 3B$ и матрицу $D = A^T + B^T$;

2. Задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы A^3 и $A^2 - A$

3. Вычислить определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

Решить систему уравнений методом LU-разложения, сравнить трудоемкость вычислительных процедур.

5. Определить косинус угла между векторами a_1 и a_2 , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

а) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$; б) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

6. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ x_2 - 3 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2 \geq 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ 3x_2 - 9 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 7x_2 - 8 \leq 0 \\ 5x_2 - 2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

7. Найти решение задачи графическим методом.

При откорме кроликов можно использовать корм с высоким содержанием белка по цене 0.8 у.ед./кг или более дешевый корм по цене 0.4 у.ед./кг. Килограмм дорогого корма дает 125 г белка и 4500 калорий, а дешевого – 50 г белка и 7500 калорий. Одному кролику в неделю требуется не менее 100 г белка и 4500 калорий. Найти самую дешевую смесь кормов, удовлетворяющих требованиям питательности.

Пусть функция $f(u)$ определена при $0 < u < 1$. Найти область определения функций

а) $f(\sin x)$; б) $f(\ln x)$; в) $f(|x|)$; г) $f\left(\frac{|x|}{x}\right)$.

8. Вычислить пределы

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2};$$

9. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в заданной точке $M(x_0, y_0)$

$$x^2 + y^2 - 36 = 0, M(-4, -\sqrt{20}).$$

10. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей

$$\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1} dx.$$

11. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми
 $y = x^2 - 2x, y = 4x - x^2$;

12. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной
 $\int x(x-3)^8 dx$

13. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям
 $\int x e^x dx$

14. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей

$$\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1} dx.$$

15. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми
 $y = x^2 - 2x, y = 4x - x^2$;

16. Найти точки локального экстремума функций и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума

$$u = x^2 - 2xy + 4y^3.$$

17. Используя метод множителей Лагранжа найти условный экстремум функции при заданных дополнительных условиях

$$f(x, y) = (x + 1,5)^2 + (y + 1)^2 \text{ при условии } x^2 + y^2 - 5 = 0.$$

18. Вычислить двойные интегралы $\iint_G f(x, y) dx dy$ по заданной области G

$$f(x, y) = x, G\{(x, y) : y = 3x^2, y = 6 - 3x\};$$

19. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

$$y^2 = 2x + 1, y^2 = -2x + 1$$

20. Решить дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

$$x^2 y' - \sqrt{x} \cos^2 y = 0$$

21. Методом вариации произвольной постоянной найти общие решения дифференциальных уравнений первого порядка

$$y' + y = \frac{x}{5}$$

22. Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

$$y'' + 3y' = 5x + 1$$

23. Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

Критерии оценивания уровня освоения компетенции

Форма контроля	Критерии уровня освоения компетенции
Зачет	<p>Критерием оценки является уровень усвоения обучающимся теоретического материала, предусмотренного программой дисциплины, что выражается в степени владения материалом.</p> <p>«Зачтено» - полный ответ на основные вопросы в объеме лекций с привлечением дополнительной литературы, полные ответы на все дополнительные вопросы. При ответах на вопросы обращается внимание на самостоятельность выводов и обоснованную точку зрения. Правильно и в срок выполнены все практические работы и задания для самостоятельной работы.</p> <p>«Не зачтено» - незнание основных вопросов в объеме лекций (слабый ответ или его отсутствие на основные вопросы и затруднения с ответами на дополнительные вопросы). Отсутствие выполненных практических работ и заданий для самостоятельной работы.</p>
Экзамен	<p>Критерием является степень усвоения обучающимся теоретического материала, предусмотренного программой дисциплины, в сочетании с умением применять полученные знания при решении задач.</p> <p>«Отлично» - свободное владение материалом, полный ответ на вопросы в объеме лекций с привлечением дополнительной литературы, полные грамотные ответы на все дополнительные вопросы. При ответах на вопросы обращается внимание на самостоятельность выводов и обоснованную точку зрения. Правильно и в срок выполнены все практические работы и задания для самостоятельной работы.</p> <p>«Хорошо» - неточный или неполный ответ на основные вопросы в объеме лекций с использованием дополнительной литературы, ответы на часть дополнительных вопросов. Все практические работы и задания для самостоятельной работы сданы в срок, но выполнены с несущественными недочетами.</p> <p>«Удовлетворительно» - приблизительно правильный ответ на основные вопросы в объеме лекций и ответы на часть дополнительных вопросов. Правильно выполнена большая часть практических работ и заданий для самостоятельной работы.</p> <p>«Неудовлетворительно» - незнание основных вопросов в объеме лекций (слабый ответ или его отсутствие на основные вопросы и затруднения с ответами на дополнительные вопросы). Отсутствие выполненных практических работ и заданий для самостоятельной работы.</p>
Решение задач	<p>Критерием является степень готовности выпускника применять полученные теоретические знания для решения профессионально – прикладных ситуаций и задач. При оценке выполнения индивидуального профессионального задания учитывается:</p> <ul style="list-style-type: none"> выполнение задания в полном объеме с исчерпывающими пояснениями – «отлично»; выполнение задания в полном объеме, но с отдельными неточностями, с недостаточными пояснениями - «хорошо»; задание выполнено не полностью; имеются ошибки в работе, работа не пояснена - «удовлетворительно»; задание не выполнено или выполнено не правильно - оценка 2 (неудовлетворительно).

Тестирование	<p>Критерием оценки является уровень усвоения обучающимся материала, предусмотренного программами дисциплин, что выражается количеством правильных ответов на предложенные тестовые задания по дисциплине.</p> <p>При ответах на вопросы теста:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 90 – 100 % правильных ответов - «отлично»; • 75 – 89 % правильных ответов– «хорошо»; • 50 – 74 % правильных ответов– «удовлетворительно»; • менее 50 % правильных ответов– «неудовлетворительно».
--------------	--

9.ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащённости образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014 г. № АК-44/05вн и «Положением об организации инклюзивного образования в АНО ВО «Национальный институт бизнеса».

Подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится с учетом их индивидуальных особенностей.

Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному учебному плану.

10.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Основная литература

1. Курс по высшей математике (для экономистов) / . — Новосибирск : Сибирское университетское издательство, Норматика, 2017. — 119 с. — ISBN 978-5-4374-0806-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/65165.html> (дата обращения: 19.06.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Дополнительная литература

1. Высшая математика. Часть 1 : учебное пособие / В. И. Белоусова, Г. М. Ермакова, М. М. Михалева [и др.]. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 296 с. — ISBN 978-5-7996-1779-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/65920.html> (дата обращения: 19.06.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Елькин, А. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / А. Г. Елькин. — Саратов : Вузовское образование, 2018. — 95 с. — ISBN 978-5-4487-0325-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/77939.html> (дата обращения: 19.06.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Электронно-библиотечная система

IPRBooks. <http://www.iprbookshop.ru>

**Электронные образовательные ресурсы
(современные профессиональные базы данных)**

База данных научной электронной библиотеки. <https://elibrary.ru>

База данных EqWorld - Мир математических уравнений. <http://eqworld.ipmnet.ru>

База данных Федерального образовательного портала «Экономика. Социология. Менеджмент». <http://ecsocman.hse.ru>

База данных Библиотечных и архивных ресурсов Государственной Думы «Парламентская библиотек». <https://parlib.duma.gov.ru>

**Электронные образовательные ресурсы
(информационные справочные системы)**

Справочно-правовая система «Консультант Плюс»

Справочно-правовая система «Гарант»

Обновляемое лицензионное программное обеспечение

Microsoft Office 2013

Microsoft Office 2019

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Материально-техническая база Института обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются учебные аудитории, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду института.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории: мобильный мультимедийный комплект в составе: проектор, ноутбук.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины (модуля).

Наименование помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом, в том числе помещения для самостоятельной работы, с указанием перечня основного оборудования, учебно-наглядных пособий и используемого программного обеспечения	Адрес (местоположение) помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа №60 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного, семинарского типа, для курсового проектирования (выполнения курсовых работ), для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p> <p>36 посадочных мест; рабочее место преподавателя; аудитория оснащена учебной мебелью; учебной доской (меловая); обеспечена возможность подключения переносного мультимедийного комплекта в составе: ноутбук (Lenovo v580c, Lenovo G50-30, ASUS X501A, Sony i7/4500U SVP1321X9RB, HP ProBook 4720s, Lenovo ThinkPad E480, Acer TravelMate P2, ASUS VivoBook S15); видеопроектор (Sanyo PLC-SW20A, Sanyo PLC-XU73, NEC VT48G LCD, Acer BS-112, DEXP DL-200, Acer X1323WH, Epson EB-E350, Optoma DS317e). ПО на ноутбуках Windows 8.1, Office 2013, VLC media player, Google chrome, Firefox, GOM player, Kaspersky Endpoint Security.</p> <p>Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации.</p>	111395, г. Москва, ул. Юности, 5, строение 5
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа №24 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного, семинарского типа, для курсового проектирования (выполнения курсовых работ), для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p> <p>104 посадочных места; рабочее место преподавателя; имеется трибуна-кафедра преподавателя с встроенным звукоусилительным комплектом; аудитория оснащена учебной мебелью; учебной доской (меловая); обеспечена возможность подключения переносного мультимедийного комплекта в составе: ноутбук (Lenovo v580c, Lenovo G50-30, ASUS X501A, Sony i7/4500U SVP1321X9RB, HP ProBook 4720s, Lenovo ThinkPad E480, Acer TravelMate P2, ASUS VivoBook S15); видеопроектор (Sanyo PLC-SW20A, Sanyo PLC-XU73, NEC VT48G LCD, Acer BS-112, DEXP DL-200, Acer X1323WH, Epson EB-E350, Optoma DS317e). ПО на ноутбуках Windows 8.1, Office 2013, VLC media player, Google chrome, Firefox, GOM player, Kaspersky Endpoint Security.</p> <p>Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации.</p>	111395, г. Москва, ул. Юности, 5, строение 5
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа №51 Учебная аудитория для проведения занятий лекционного, семинарского типа, для курсового</p>	111395, г. Москва, ул. Юности, 5, строение 5

<p>го проектирования (выполнения курсовых работ), для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p> <p>255 посадочных мест; рабочее место преподавателя; учебная доска (меловая); трибуна-кафедра преподавателя с встроенным звукоусилительным комплектом, компьютер с монитором Intel Pentium 4/DDR 1гб, проектор EIKI LC-XG250 с креплением проектора, экран Luma (3:4). ПО Windows 8.1, Office 2013, VLC media player, Google chrome, Firefox, GOM player, Kaspersky Endpoint Security.</p> <p>Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации.</p>	
<p>Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа №60</p> <p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного, семинарского типа, для курсового проектирования (выполнения курсовых работ), для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p> <p>36 посадочных мест; рабочее место преподавателя; аудитория оснащена учебной мебелью; учебной доской (меловая); обеспечена возможность подключения переносного мультимедийного комплекта в составе: ноутбук (Lenovo v580c, Lenovo G50-30, ASUS X501A, Sony i7/4500U SVP1321X9RB, HP ProBook 4720s, Lenovo ThinkPad E480, Acer TravelMate P2, ASUS VivoBook S15); видеопроектор (Sanyo PLC-SW20A, Sanyo PLC-XU73, NEC VT48G LCD, Acer BS-112, DEXP DL-200, Acer X1323WH, Epson EB-E350, Optoma DS317e). ПО на ноутбуках Windows 8.1, Office 2013, VLC media player, Google chrome, Firefox, GOM player, Kaspersky Endpoint Security.</p> <p>Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации.</p>	111395, г. Москва, ул. Юности, 5, строение 5
<p>Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций №60</p> <p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного, семинарского типа, для курсового проектирования (выполнения курсовых работ), для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p> <p>36 посадочных мест; рабочее место преподавателя; аудитория оснащена учебной мебелью; учебной доской (меловая); обеспечена возможность подключения переносного мультимедийного комплекта в составе: ноутбук (Lenovo v580c, Lenovo G50-30, ASUS X501A, Sony i7/4500U SVP1321X9RB, HP ProBook 4720s, Lenovo ThinkPad E480, Acer TravelMate P2, ASUS VivoBook S15); видеопроектор (Sanyo PLC-SW20A, Sanyo PLC-XU73, NEC VT48G LCD, Acer BS-112, DEXP DL-200, Acer X1323WH, Epson EB-E350, Optoma DS317e). ПО на ноутбуках Windows 8.1, Office 2013, VLC media player, Google chrome, Firefox, GOM player, Kaspersky Endpoint Security.</p> <p>Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации.</p>	111395, г. Москва, ул. Юности, 5, строение 5
<p>Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации №60</p> <p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного, семинарского типа, для курсового проектирования (выполнения курсовых работ), для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p> <p>36 посадочных мест; рабочее место преподавателя; аудитория оснащена учебной мебелью; учебной доской (меловая); обеспечена возможность подключения переносного мультимедийного комплекта в составе: ноутбук (Lenovo v580c, Lenovo G50-30, ASUS X501A, Sony i7/4500U SVP1321X9RB, HP ProBook 4720s, Lenovo ThinkPad E480, Acer TravelMate P2, ASUS VivoBook S15); видеопроектор (Sanyo PLC-SW20A, Sanyo PLC-XU73, NEC VT48G LCD, Acer BS-112, DEXP DL-200, Acer X1323WH, Epson EB-E350, Optoma DS317e). ПО на ноутбуках Windows 8.1, Office 2013, VLC media player, Google chrome, Firefox, GOM player, Kaspersky Endpoint Security.</p> <p>Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации.</p>	111395, г. Москва, ул. Юности, 5, строение 5
<p>Учебная аудитория №35 Кабинет для самостоятельной работы</p> <p>11 рабочих мест</p> <p>В аудитории развернута локальная сеть с выходом:</p> <ul style="list-style-type: none"> - в глобальную сеть Интернет с подключением по сети; - в общую сеть института; - в электронно-информационную образовательную среду. <p>Состав локальной сети:</p> <ul style="list-style-type: none"> - сервер (рабочая станция) – 1 шт., - рабочая станция – 10 шт. <p>Программное обеспечение:</p> <p>Microsoft Windows Russian 8.1 SL Russian Academic OLP 1 License No Level Legalization GetGenuine (Лицензионный договор №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Акт №12/1003 приема-передачи прав на использование программ для ЭВМ согласно Счету №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Microsoft Open License №64448770)</p> <p>Microsoft Windows Russian Professional 8.1 SL Russian Upgrade Academic OLP 1</p>	111395, г. Москва, ул. Юности, 5, строение 5

<p>License No Level (Лицензионный договор №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Акт №12/1003 приема-передачи прав на использование программ для ЭВМ согласно Счету №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Microsoft Open License №64448770)</p> <p>Право на использование Microsoft Office 2013 Russian Academic OLP 1 License No Level (Лицензионный договор №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Акт №12/1003 приема-передачи прав на использование программ для ЭВМ согласно Счету №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Microsoft Open License №64448770)</p> <p>Microsoft ProjectStandart Russian Academic OLP (Лицензионный договор №1906/2104-Л от 21.06.2019 г., Акт №07/0302 приема-передачи прав на использование программ для ЭВМ согласно Счету №1906/2104-Л от 21.06.2019 г., Microsoft Open License №73714398)</p> <p>1С:Предприятие 8. Комплект для обучения в высших и средних учебных заведениях (Лицензионный договор от 01.07.2019 г., Договор О сотрудничестве с образовательной организацией общего и профессионального образования от 26.06.2019 г., Акт на передачу прав №13266 от 09.07.2019 г.) в составе:</p> <ul style="list-style-type: none"> - 1С:Бухгалтерия; - 1С:ERP Управление предприятием 2; - 1С:Управление торговлей; - 1С:Зарплата и управление персоналом; - 1С:Управление небольшой фирмой; - 1С:Бухгалтерия государственного учреждения; - 1С:Зарплата и кадры государственного учреждения; <p>Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (Договор об информационной поддержке от 25.04.2014 г. между НОУ ВПО «Национальный институт бизнеса» и ЗАО «Консультант Плюс»)</p> <p>Справочно-правовая системе «ГАРАНТ» (Договор на оказание услуг по сопровождению ЭПС «Система ГАРАНТ» №Г-1704/НИБ от 14.04.2017 г.).</p> <p>Статистическая система STADIA 8.0 базовая версия (Сублицензионный договор №IT000438190 от 28.06.2019 г. Акт предоставления прав №IT142104 от 08.07.2019 г.)</p> <p>Программный пакет для эконометрического анализа «Gretl». (Бесплатное программное обеспечение с открытым исходным кодом (GNU GENERAL PUBLIC License, http://gretl.sourceforge.net/)</p> <p>Информационное обеспечение:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Договоры на использование сторонних ЭБС (Лицензионный договор от 20.06.2017 г. №2993/17 на предоставление доступа к электронно-библиотечной системе IPRbooks); - Лицензионный договор от 02.11.2017 г. №3345/17 на использование адаптированных технологий ЭБС IPRbooks (для лиц с ОВЗ). 	
<p>Учебная аудитория №43 Лаборатория информационных технологий 30 рабочих мест</p> <p>В аудитории развернута локальная сеть с выходом:</p> <ul style="list-style-type: none"> - в глобальную сеть Интернет с подключением по сети; - в общую сеть института; - в электронно-информационную среду института. <p>Состав локальной сети:</p> <ul style="list-style-type: none"> - сервер (рабочая станция) – 1 шт., - рабочая станция – 30 шт. <p>Стационарный мультимедийный комплект в составе:</p> <ul style="list-style-type: none"> - проектор, - раздвижной экран, - аудиосистема <p>Программное обеспечение:</p> <p>Microsoft Windows Russian 8.1 SL Russian Academic OLP 1 License No Level Legalization GetGenuine (Лицензионный договор №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Акт №12/1003 приема-передачи прав на использование программ для ЭВМ согласно Счету №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Microsoft Open License №64448770)</p> <p>Microsoft Windows Russian Professional 8.1 SL Russian Upgrade Academic OLP 1 License No Level (Лицензионный договор №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Акт №12/1003 приема-передачи прав на использование программ для ЭВМ согласно Счету №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Microsoft Open License №64448770)</p> <p>Право на использование Microsoft Office 2013 Russian Academic OLP 1 License No Level (Лицензионный договор №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Акт №12/1003 приема-передачи прав на использование программ для ЭВМ согласно Счету №1411/2702-Л от 27.11.2014 г., Microsoft Open License №64448770)</p> <p>Microsoft ProjectStandart Russian Academic OLP (Лицензионный договор №1906/2104-Л от 21.06.2019 г., Акт №07/0302 приема-передачи прав на использование программ для ЭВМ согласно Счету №1906/2104-Л от 21.06.2019 г., Microsoft Open License №73714398)</p>	<p>111395, г. Москва, ул. Юности, 5, строение 5</p>

<p>1С:Предприятие 8. Комплект для обучения в высших и средних учебных заведениях (Лицензионный договор от 01.07.2019 г., Договор О сотрудничестве с образовательной организацией общего и профессионального образования от 26.06.2019 г., Акт на передачу прав №13266 от 09.07.2019 г.) в составе:</p> <ul style="list-style-type: none"> - 1С:Бухгалтерия; - 1С:ERP Управление предприятием 2; - 1С:Управление торговлей; - 1С:Зарплата и управление персоналом; - 1С:Управление небольшой фирмой; - 1С:Бухгалтерия государственного учреждения; - 1С:Зарплата и кадры государственного учреждения; <p>Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (Договор об информационной поддержке от 25.04.2014 г. между НОУ ВПО «Национальный институт бизнеса» и ЗАО «Консультант Плюс»)</p> <p>Справочно-правовая системе «ГАРАНТ» (Договор на оказание услуг по сопровождению ЭПС «Система ГАРАНТ» №Г-1704/НИБ от 14.04.2017 г.).</p> <p>Статистическая система STADIA 8.0 базовая версия (Сублицензионный договор №IT000438190 от 28.06.2019 г. Акт предоставления прав №IT142104 от 08.7.2019 г.)</p> <p>Программный пакет для эконометрического анализа «Gretl». (Бесплатное программное обеспечение с открытым исходным кодом (GNU GENERAL PUBLIC License, http://gretl.sourceforge.net/)</p> <p>Информационное обеспечение:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Договоры на использование сторонних ЭБС (Лицензионный договор от 20.06.2017 г. №2993/17 на предоставление доступа к электронно-библиотечной системе IPRbooks); - Лицензионный договор от 02.11.2017 г. №3345/17 на использование адаптированных технологий ЭБС IPRbooks (для лиц с ОВЗ). 	
<p>Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования №111</p> <p>Столы, кресла, стулья, тумбочки, шкафы, стеллажи, картриджи для печатающих устройств, принтеры, сканеры, системные блоки, мониторы, проекторы, колонки, телефоны, инструменты, набор проводов, набор кабелей, загрузочные диски, маршрутизатор, коммутаторы, ИБП, клавиатуры, мыши, сетевые фильтры, запасные комплектующие для ПК.</p>	<p>111395, г. Москва, ул. Юности, 5, строение 1</p>