АНО ВО «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ БИЗНЕСА»

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.О.08 «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

Направление подготовки	*38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата)*
Направленность (профиль) программы	*Финансы и кредит*
Формы обучения	*очная, очно-заочная*

Автор-составитель:
ст. преподаватель Чернова Т.М.

Москва – 2021

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.08.2020 № 954)

Рецензент: Ровенская О.С., к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной информатики АНО ВО «Московский гуманитарный университет».

Рабочая программа дисциплины (модуля) утверждена на кафедре информатики, прикладной математики и естественнонаучных дисциплин АНО ВО «Национальный институт бизнеса».

Протокол №9 от 29.06.2021 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля) согласована в рамках основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, направленность (профиль) программы Финансы и кредит с ПАО «Сбербанк», АО «Инвестиционная компания «ФИНАМ».

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи дисциплины (модуля)…….……..... 3
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО……..…….. 4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы…….. 5
4. Структура и содержание дисциплины (модуля)……. 6
4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся…….. 6
4.2 Учебно-тематический план дисциплины (модуля) …..……... 7
5. Содержание дисциплины (модуля)…….……... 8
6. Планы занятий семинарского типа…….. 9
7. Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)…..... 20
8.Фонд оценочных средств по изучение дисциплины (модуля)……..…..…….…….. 20
9. Особенности обучения лиц с ограниченными возможностями здоровья…… 28
10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля) …….. 28
11. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)….…… 29
Приложения к рабочей программе дисциплины (модуля)
Приложение 1. Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)
Приложение 2. Содержание фонда оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Образовательная цель изучения дисциплины «Линейная алгебра» - подготовка обучающихся по основам математических знаний, формирование у обучающихся культуры математического мышления, навыков логического рассуждения и математической аргументации, умения использовать на практике математические методы решения различных экономических, финансовых и управленческих задач.

Содержание дисциплины «Линейная алгебра» составляет математический аппарат, используемый в области математической логики, линейной алгебры, математического анализа, экономико-математических методов исследования, эффективные способы и приемы использования данного аппарата для решения различных практических задач, способствовать формированию общепрофессиональной компетенции.

Задачи дисциплины:

- изучение базовых математических понятий и определений в области линейной алгебры и математического анализа;
- ознакомление с основными теоремами, методами математических доказательств и логических построений;
- формирование представлений о математическом мышлении, индукции, дедукции, принципах математических рассуждений и доказательств, методологии научной работы;
- овладение современными методами реализации математических моделей в социально-экономической, управленческой и финансовых областях профессиональной деятельности.

Воспитательная цель дисциплины – создание условий для активной жизнедеятельности обучающихся, их гражданского самоопределения, профессионального становления и индивидуально-личностной самореализации в созидательной деятельности для удовлетворения потребностей в нравственном, культурном, интеллектуальном, социальном и профессиональном развитии.

Достижению поставленной цели воспитания обучающихся способствует решение следующих задач:

– развитие мировоззрения и актуализация системы базовых ценностей личности;

– приобщение обучающихся к общечеловеческим нормам морали, национальным устоям и академическим традициям;

– воспитание уважения к закону, нормам коллективной жизни, развитие гражданской и социальной ответственности;

– воспитание положительного отношения к труду, воспитание социально значимой целеустремленности и ответственности в деловых отношениях;

– обеспечение развития личности и ее социально-психологической поддержки, формирование личностных качеств, необходимых для эффективной профессиональной деятельности;

– выявление и поддержка талантливой обучающихся, формирование организаторских навыков, творческого потенциала, вовлечение обучающихся в процессы саморазвития и самореализации;

– формирование культуры и этики профессионального общения;

– воспитание внутренней потребности личности в здоровом образе жизни, ответственного отношения к природной и социокультурной среде;

– повышение уровня культуры безопасного поведения;

– развитие личностных качеств и установок, социальных навыков и управленческими способностями.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина Б1.О.08 «Линейная алгебра» относится к Блоку 1. Дисциплины (модули) (обязательная часть).

2.1 Изучение данной дисциплины проходит на основе освоения дисциплины школьной программы «Алгебра».

2.2 Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходима для дальнейшего освоения математических и статистических методов в экономике и управлении.

На данную дисциплину опираются такие предметы как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимальных решений» и др.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Формулировка компетенции	**Индикаторы достижения компетенций**	**Знания, умения, владения**
УК.1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК.1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. УК.1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. УК.1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	знать: - Основные логические операции и методы упрощения логических выражений - Исчисление Высказываний. Предикаты. - базовые понятия линейной алгебры - методы решения систем линейных алгебраических уравнений - терминологию и основные понятия и методы, используемые в линейной алгебре - принципы проведения теоретического исследования проблем линейной алгебры уметь - строить сложные логические выражения - разбираться в логических схемах - решать задачи вычислительного и теоретического характера в области линейной алгебры - логически корректно применять математические методы при решении задач - строить корректно обоснованные математические модели профессиональных задач - применять математические методы при решении задач линейной алгебры и верифицировать полученные результаты владеть - методами построения и упрощения логических выражений - методами построения функциональных схем - навыками решения типовых задач, используя методы линейной алгебры - основными методами формулирования практических задач в терминах линейной алгебры - навыками практического использования математического аппарата линейной алгебры для решения конкретных задач - навыками интерпретации полученных результатов построения математических моделей

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины «Линейная алгебра» составляет 144 часа (4 зачетных единицы).

Для очной формы обучения

Вид учебной работы	**Всего часов**	**Семестр 1,** час.
Контактная работа	**50,3**	**50,3**
Занятия лекционного типа	24	24
Занятия семинарского типа	24	24
Консультация	2	2
Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3
Самостоятельная работа	**66,7**	**66,7**
Контроль	27	27
Форма промежуточной аттестации		экзамен

Для очно-заочной формы обучения

Вид учебной работы	**Всего часов**	**Семестр 1,** час.
Контактная работа	**26,3**	**26,3**
Занятия лекционного типа	12	12
Занятия семинарского типа	12	12
Консультация	2	2
Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3
Самостоятельная работа	**108,7**	**108,7**
Контроль	9	9
Форма промежуточной аттестации		экзамен

4.2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

(очная форма обучения)

	Наименование тем	Всего	Контактная работа, час			Сам. работа	Компе-тенция
			Все-го	Лек-ции	Практ. занятия		
1.	Матрицы и определители	24	10	4*	6/4*	14	УК.1
2.	Системы линейных уравнений	23	12	6*	6/4*	11	УК.1
3.	Линейные пространства	23	12	6	6	11	УК.1
4.	Комплексные числа	20	4	2	2	16	УК.1
5.	Экономико-математические методы	24,7	10	6*	4*	14,7	УК.1
	Консультация	2	2				
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3				
	Контроль	27					
	Итого часов	**144**	**50,3**	**24/16***	**24/12***	**66,7**	

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

(очно-заочная форма обучения)

	Наименование тем	Всего	Контактная работа, час			Сам. работа	Компе-тенция
			Все-го	Лек-ции	Практ. занятия		
1.	Матрицы и определители	19	6	2*	4*	13	УК.1
2.	Системы линейных уравнений	18,7	4	2*	2*	14,7	УК.1
3.	Линейные пространства	32	4	2	2	28	УК.1
4.	Комплексные числа	34	4	2	2	30	УК.1
5.	Экономико-математические методы	29	6	4*	2*	23	УК.1
	Консультация	2	2				
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3				
	Контроль	9					
	Итого часов	**144**	**26,3**	**12/8***	**12/8***	**108,7**	

Примечание: знаком* выделены темы, по которым проводятся активные и интерактивные занятия.

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Линейная алгебра

Тема 1. Матрицы и определители

Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матриц. Умножение матриц. Элементарные преобразования матриц. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителей. Обратная матрица и способы ее вычисления. Ранг матрицы.

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: постановка проблем (проблемная лекция), с предложением поучаствовать в обосновании ответа студентами; визуализация лекционного материала; использование обратной связи со студентами в процессе разбора примеров, иллюстрирующих технику решения задач в рамках излагаемого материала.

Тема 2. Системы линейных уравнений

Основные понятия, определения и формы записи системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Условие Кронекера-Капелли совместности СЛАУ. Нахождение решения СЛАУ по формулам Крамера. Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Решение СЛАУ методом Гаусса. Общее решение произвольной СЛАУ.

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции:- постановка проблем (проблемная лекция), с предложением поучаствовать в обосновании ответа студентами; визуализация лекционного материала; использование техники обратной связи со студентами в процессе решения задач.

Тема 3. Линейные пространства

Определение, свойства и примеры линейных пространств. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис линейного пространства. Операции в координатной форме. Преобразование координат при замене базиса. Линейные преобразования. Скалярное произведение векторов. Евклидовы пространства. Нормированные пространства. Угол между векторами. Элементы аналитической геометрии. Различные формы уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Уравнение плоскости.

Тема 4. Комплексные числа

Понятие, геометрическое представление и формы записи комплексных чисел. Основные операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.

Тема 5. Экономико-математические методы

Выпуклые множества и их свойства. Постановка задач линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования. Понятие симплекс-метода. Элементы теории двойственности. Транспортная задача. Понятие о целочисленном программировании и методах решения соответствующих задач.

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: лекция-беседа, с применением псевдодиалога, диалога и полилога;

6. ПЛАНЫ ЗАНЯТИЙ СЕМИНАРСКОГО ТИПА
для очной формы обучения

Практическое занятие 1 (тема 1)

1. Повторение материала темы.
2. Заданы матрицы A и B

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

а) $A+B$; б) $A^T B$; в) $A+B^T$; г) $A\cdot B$; д) AB^T; е) A^T+B^T; ж) A^T-B; з) $A^T B^T$;

k) Найти матрицу C= 6A-3B и матрицу $D=A^T+B^T$;.

3. Задана матрица

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы A^3 и A^2-A

4. Вычислить определители матриц

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 2 (тема 1)

1. Решить уравнения

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix}=0, \quad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0.$$

2. Найти ранги матриц

$$A=\begin{pmatrix}1&2&0\\3&6&0\\2&4&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1&2&0\\-4&3&0\\2&4&1\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1&2&0&1\\4&0&1&0\\3&6&0&0\\4&0&0&0\end{pmatrix}.$$

3. Привести матрицы к ступенчатому виду

$$A=\begin{pmatrix}2&3&5\\3&7&8\\1&-6&1\\7&-2&15\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}2&0&3&5&1\\4&3&1&7&5\\0&3&-5&-3&3\\2&3&-2&2&4\end{pmatrix}$$

4. Найти максимальное число линейно независимых строк матриц, приведенных в п.1.

<u>*Примечание: занятие проводится в форме</u> исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 3 (тема 1)

1. Найти матрицы, обратные заданным матрицам *A* и *B*, построением присоединенной матрицы

$$A=\begin{pmatrix}6&2\\4&5\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1&2&5\\4&1&1\\3&6&0\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}1&2&-1&-2\\3&8&0&-4\\2&2&-4&-3\\3&8&-1&-6\end{pmatrix}$$

2. Найти матрицы, обратные заданным выше матрицам *A* и *B*, методом элементарного преобразования строк

3. Заданы матрицы

$$B=\begin{pmatrix}1&2&5\\4&1&1\\3&6&0\end{pmatrix}\qquad C=\begin{pmatrix}1&2&-1&-2\\3&8&0&-4\\2&2&-4&-3\\3&8&-1&-6\end{pmatrix}$$

Найти собственные значения и собственные векторы матриц

Практическое занятие 4 (тема 2)

1. Повторение материала темы.

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases}3x_1-2x_2=1\\-x_1-5x_2=-6\end{cases},\qquad \begin{cases}2x_1+3x_2=2\\3x_1+5x_2=4\end{cases}.\qquad \begin{cases}3x+2y+z=-8\\2x+3y+z=-3\\2x+y+3z=-1\end{cases}\qquad \begin{cases}3x+2y+z=1\\6x+5y+4z=-2\\9x+8y+7z=3\end{cases}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 5 (тема 2)

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

Решить систему уравнений методом LU- разложения, сравнить трудоемкость вычислительных процедур.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективное обсуждение результатов выполненного исследования с анализом выявленных типичных ошибок; проверка знаний в форме тестирования.

Практическое занятие 6 (тема 2)

1. Решить системы уравнений относительно параметра a

$$\begin{cases} (1+a)x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + (1+a)x_2 + x_3 = a \\ x_1 + x_2 + (1+a)x_3 = a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + a x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + ax_4 = 1 \end{cases}$$

2. Найти общее решение систем уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 6x_1 - 8x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 8x_1 + 9x_2 + 9x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

3. Найти общее решение систем уравнений

$$\begin{cases} 3x_1+5x_2-2x_3+7x_4+2x_5=0 \\ 4x_1+2x_2-x_3-7x_4+2x_5=0 \\ 7x_1+19x_2-3x_3+25x_4+6x_5=0 \\ 5x_1+9x_2-13x_3+x_4+16x_5=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 15x_1+61x_2-2x_3+17x_4+4x_5=0 \\ 2x_1+23x_2-x_3+4x_4+2x_5=0 \\ -7x_1+9x_2-3x_3+52x_4+6x_5=0 \\ 3x_1+2x_2-5x_3-x_4+4x_5=0 \end{cases}$$

4. Найти решение систем уравнений с матрицами специального вида (трехдиагональными). Сравнить прямой метод Гаусса и метод прогонки

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2-0x_3+0x_4=5 \\ 3x_1-x_2+2x_3+0x_4=1 \\ 0x_1+2x_2+3x_3+4x_4=6 \\ 0x_1+0x_2+4x_3+6x_4=1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1-x_2+0x_3-0x_4=4 \\ x_1+x_2+2x_3+0x_4=8 \\ 0x_1+4x_2+5x_3+10x_4=20 \\ 0x_1-0x_2+x_3-6x_4=4 \end{cases}$$

Практическое занятие 7 (тема 3)

1. Повторение материала темы.
2. Является ли система векторов a_1, a_2, a_3 линейно независимой

а) $a_1=\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$, $a_2=\begin{pmatrix}4\\2\\0\end{pmatrix}$, $a_3=\begin{pmatrix}5\\-1\\3\end{pmatrix}$; б) $a_1=\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}$, $a_2=\begin{pmatrix}4\\1\\0\end{pmatrix}$, $a_3=\begin{pmatrix}-2\\5\\2\end{pmatrix}$.

Если система векторов a_1, a_2, a_3 является линейно независимой, то выразить нижеприведенный вектор x в базисе данных векторов

$$x=\begin{pmatrix}3\\0\\1\end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x трехмерного линейного пространства в вектор y, причем

$$x=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}, \quad y=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\\y_3\end{pmatrix}.$$

а) $y=\begin{pmatrix}x_1\\x_2+x_3\\x_1-x_2+x_3\end{pmatrix}$, б) $y=\begin{pmatrix}x_1-x_3\\x_2+x_3\\x_2-x_3\end{pmatrix}$.

4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двумерного линейного пространства в вектор y по следующему правилу:

а) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.

б) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.

в) Удвоение значения первой координаты, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.

г) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.

Практическое занятие 8 (тема 3)

1. Определить косинус угла между векторами a_1 и a_2, принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

а) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$; б) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

2. Написать уравнения касательных к параболе $y = x^2$, проходящих через заданную точку плоскости $M(4,7)$. Составить уравнения нормалей к касательным, построенных в указанной точке M.

3. Дана прямая 2x+5y-1=0. Составить уравнение прямой, проходящей через точку M(-1,3) : а)параллельно данной прямой; б) перпендикулярно данной прямой.

4. Через вершины треугольника A(-1,2), B(3,-1) и C(0,4) проведены прямые параллельно противолежащим сторонам. Составить их уравнения.

Практическое занятие 9 (тема 3)

1. Две стороны квадрата лежат на прямых 3x+4y+22=0, 3x+4y-13=0. Вычислить площадь квадрата.

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых 2x -3y+5=0, 3x+y-7=0 перпендикулярно к прямой y=2x.

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин A(1,2), B(3,8), C(6,1).

4. Составить уравнения плоскости, проходящей через точку M(4, -4, 2) и параллельной плоскостям: x0z., x0y, y0z.

5. Плоскость проходит через ось 0z и образует с плоскостью 2x+y-$\sqrt{5}$z=0 угол $\pi/3$. Составить ее уравнение.

6. Найти уравнение нормали, проходящей через начало координат, к плоскости $2x + y - 3z - 6 = 0$. Написать уравнение плоскости в виде уравнения плоскости, проходящей через точку ее пересечения с указанной нормалью.

Практическое занятие 10 (тема 4)

1. Повторение материала темы.
2. Заданы комплексные числа

$$z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } z_2 = \sqrt{3} + i.$$

а) Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}.$$

б) Записать комплексные числа в тригонометрической и экспоненциальной формах.

Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}, \quad z_1^4, \quad z_2^{10}, \quad \sqrt[3]{z_2}.$$

3. Найти все значения $\sqrt[4]{-1}$, $\sqrt[4]{16}$.
4. Вычислить

$$(2 + i\sqrt{12})^5, \qquad \frac{(-1 + i\sqrt{3})^{50}}{(1-i)^{100}}, \qquad (1 + \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})^6.$$

5. Решить уравнения

$$x^6 - 64 = 0, \qquad x^8 + 3^8 = 0.$$

Практическое занятие 11 (тема 5)

1. Повторение материала темы.
2. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \ge 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \le 0 \\ x_2 - 3 \le 0 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2 \ge 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6 \le 0 \\ 3x_2 - 9 \le 0 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2 \ge 0 \\ 3x_1 - 7x_2 - 8 \le 0 \\ 5x_2 - 2 \le 0 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

В указанной ниже задаче требуется

1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
2) Найти решение задачи графическим методом.

1. Автотранспортное предприятие проводит закупку автобусов двух типов А и Б в количестве не более М машин, которые должны обеспечить одновременную перевозку не менее N пассажиров. Стоимость автобуса типа А - s_A тыс. рублей, стоимость автобуса типа Б - $s_Б$ тыс. рублей. Количество пассажиров, которое может разместиться в одном автобусе типов А и Б, равно n_A и $n_Б$, соответственно. Сколько надо закупить автобусов каждого

типа, чтобы минимизировать расходы?

M=20; N = 1500; s_A=800; $s_Б$=300; n_A= 100; $n_Б$=60.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 12 (тема 5)

В указанной ниже задаче требуется

1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.

2) Найти решение задачи графическим методом.

В ходе выборов кандидата для достижения успеха необходимо охватить теле- и радиорекламой не менее N тысяч человек (с повтором). Известно, что одна 30- секундная телереклама будет просмотрена n тысячами избирателей, одна 30- секундная радиореклама будет услышана m тысячами избирателей. Стоимость трансляции одного телефрагмента составляет 500$, а одного радиофрагмента - 100$. Всего планируется занять не менее t минут эфирного времени. Сколько теле- и радиофрагментов следует транслировать, чтобы минимизировать расходы.

N=720, n=24, m=4, t=40.

В указанной ниже задаче требуется

1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.

2) Найти решение задачи графическим методом.

При откорме кроликов можно использовать корм с высоким содержанием белка по цене 0.8 у.ед./кг или более дешевый корм по цене 0.4 у.ед./кг. Килограмм дорогого корма дает 125 г белка и 4500 калорий, а дешевого – 50 г белка и 7500 калорий. Одному кролику в неделю требуется не менее 100 г белка и 4500 калорий. Найти самую дешевую смесь кормов, удовлетворяющих требованиям питательности.

3) Сформулирована следующая транспортная задача линейного программирования.

Пусть имеется:

- три пункта отправления – города A_1, A_2, A_3, в которых сосредоточены запасы некоторого товара соответственно в количестве $a_1 = 10, a_2 = 20, a_3 = 30$;

- три пункта назначения – города B_1, B_2, B_3, в которых сосредоточены потребители товара, желающие получить его в количестве $b_1 = 10, b_2 = 10, b_3 = 40$;

- сумма заявок всех городов – потребителей товара равна суммарному количеству товара, имеющегося в городах – поставщиках товара, т.е.

$a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3 = 60$.

- известна стоимость перевозки одной единицы товара из пункта отправления A_i в пункт назначения B_j, т.е. задана матрица стоимостей перевозок

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 50 \\ 40 & 60 & 90 \\ 30 & 80 & 70 \end{pmatrix}$$

Требуется составить такой план перевозок, при котором весь имеющийся запас товара будет вывезен из городов- поставщиков товара, все заявки городов – потребителей удовлетворены, а стоимость перевозок всего товара, который перевозит-

ся от поставщиков к потребителям, будет минимальной.

Дать математическую формулировку задачи.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

для очно-заочной формы обучения

Практическое занятие 1,2 (тема 1)

1. Повторение материала темы.
2. Заданы матрицы A и B

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

а) $A+B$; б) $A^T B$; в) $A+B^T$; г) $A\cdot B$; д) AB^T; е) A^T+B^T; ж) A^T-B; з) $A^T B^T$;

k) Найти матрицу C= 6A-3B и матрицу $D=A^T+B^T$;.

3. Задана матрица

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы A^3 и A^2-A

4. Вычислить определители матриц

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Решить уравнения

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix}=0, \quad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0.$$

6. Найти ранги матриц

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 3 (тема 2)

1. Повторение материала темы.
2. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 = -6 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}. \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 6x + 5y + 4z = -2 \\ 9x + 8y + 7z = 3 \end{cases}$$

3.Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 4 (тема 3)

1. Повторение материала темы.
2. Является ли система векторов a_1, a_2, a_3 линейно независимой

а) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$; б) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Если система векторов a_1, a_2, a_3 является линейно независимой, то выразить нижеприведенный вектор x в базисе данных векторов

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x трехмерного линейного пространства в вектор y, причем

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

а) $y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \end{pmatrix}$, б) $y = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}$.

4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двумерного линейного пространства в вектор y по следующему правилу:

а) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.

б) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.

в) Удвоение значения первой координаты, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.

г) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.

5. Определить косинус угла между векторами a_1 и a_2, принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

а) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$; б) $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

6. Написать уравнения касательных к параболе $y = x^2$, проходящих через заданную точку плоскости $M(4,7)$. Составить уравнения нормалей к касательным, построенных в указанной точке M.

7. Дана прямая 2x+5y-1=0. Составить уравнение прямой, проходящей через точку M(-1,3): а)параллельно данной прямой; б) перпендикулярно данной прямой.

8. Через вершины треугольника A(-1,2), B(3,-1) и C(0,4) проведены прямые параллельно противолежащим сторонам. Составить их уравнения.

Практическое занятие 5 (тема 4)

1. Повторение материала темы.

2. Заданы комплексные числа

$$z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } z_2 = \sqrt{3} + i.$$

а) Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}.$$

б) Записать комплексные числа в тригонометрической и экспоненциальной формах.

Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}, \quad z_1^4, \quad z_2^{10}, \quad \sqrt[3]{z_2}.$$

3. Найти все значения $\sqrt[4]{-1}$, $\sqrt[4]{16}$.

4. Вычислить

$(2+i\sqrt{12})^5$, $\dfrac{(-1+i\sqrt{3})^{50}}{(1-i)^{100}}$, $(1+\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3})^6$.

5. Решить уравнения

$x^6-64=0$, $x^8+3^8=0$.

Практическое занятие 6 (тема 5)

1. Повторение материала темы.

2. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1-x_2+2\ge 0 \\ 3x_1-2x_2-6\le 0 \\ x_2-3\le 0 \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1-2x_2+2\ge 0 \\ 2x_1-2x_2-6\le 0 \\ 3x_2-9\le 0 \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1-6x_2+2\ge 0 \\ 3x_1-7x_2-8\le 0 \\ 5x_2-2\le 0 \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

3. В указанной ниже задаче требуется

1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.

2) Найти решение задачи графическим методом.

Автотранспортное предприятие проводит закупку автобусов двух типов А и Б в количестве не более М машин, которые должны обеспечить одновременную перевозку не менее N пассажиров. Стоимость автобуса типа А - s_A тыс. рублей, стоимость автобуса типа Б - $s_Б$ тыс. рублей. Количество пассажиров, которое может разместиться в одном автобусе типов А и Б, равно n_A и $n_Б$, соответственно. Сколько надо закупить автобусов каждого типа, чтобы минимизировать расходы?

M=20; N = 1500; s_A=800; $s_Б$=300; n_A= 100; $n_Б$=60.

4. В указанной ниже задаче требуется

1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.

2) Найти решение задачи графическим методом.

В ходе выборов кандидата для достижения успеха необходимо охватить теле- и радиорекламой не менее N тысяч человек (с повтором). Известно, что одна 30- секундная телереклама будет просмотрена n тысячами избирателей, одна 30- секундная радиореклама будет услышана m тысячами избирателей. Стоимость трансляции одного телефрагмента составляет 500$, а одного радиофрагмента - 100$. Всего планируется занять не менее t минут эфирного времени. Сколько теле- и радиофрагментов следует транслировать, чтобы минимизировать расходы.

N=720, n=24, m=4, t=40.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Приложение 1 Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)

8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Карта фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Темы по учебно-тематическому плану	Оценочные средства
1	Матрицы и определители	Тест 1,2. Задача 1 Вопросы к экзамену 1-4 Текущий контроль
2	Системы линейных уравнений	Тест 3-5 Задача 2 Вопросы к экзамену 5-9 Текущий контроль
3	Линейные пространства	Тест 6,7 Вопросы к экзамену 10-14 Текущий контроль
4	Комплексные числа	Тест 8,9 Вопросы к экзамену 15-19 Текущий контроль
5	Экономико-математические методы	Тест 10,11 Задача 3 Вопросы к экзамену 20-25 Текущий контроль

Фонд оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)

Приложение 2 Содержание фонда оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Задания на проверку сформированности первого компонента компетенций – «Знать»

Ответьте на вопросы теста.

№	Вопрос
1	Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4a-1 \end{vmatrix}=0$ при а равном … Варианты ответов: 1) 2; 2)1; 3) 0; 4) 0.25
2	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Тогда произведение матриц A·B равно … Варианты ответов: 1) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} -9 & 6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
3	Ранг матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & 9 & -12 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ равен … Варианты ответов: 1)3; 2)0; 3)1; 4)2.
4	Собственные значения матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ могут быть найдены по формуле … Варианты ответов: 1) $\begin{vmatrix} 2-\lambda & 3 \\ 1 & 4-\lambda \end{vmatrix}=0$; 2) $\begin{vmatrix} 2+\lambda & 3 \\ 1 & 4+\lambda \end{vmatrix}=0$; 3) $\begin{vmatrix} 2 & 3-\lambda \\ 1-\lambda & 4 \end{vmatrix}=0$; 4). $\begin{vmatrix} 2 & 3+\lambda \\ 1+\lambda & 4 \end{vmatrix}$
5	Если (x,y) – решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 3x+y=4 \\ 2x-5y=2 \end{cases}$, то x можно определить по формуле … Варианты ответов: 1) $x=\dfrac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$; 2) $x=\dfrac{\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$; 3) $x=\dfrac{\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$;

	4) x= $\dfrac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$.
6	1.1 Даны матрицs: $B=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу $A=B+3C$. 1) $A=\begin{pmatrix} 19 & 13 \\ 13 & 4 \\ 16 & 28 \end{pmatrix}$ 2) $A=\begin{pmatrix} 19 & 13 \\ 12 & 5 \\ 17 & 28 \end{pmatrix}$ 3) $A=\begin{pmatrix} 19 & 13 \\ 13 & 5 \\ 17 & 28 \end{pmatrix}$
7	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$. Найдите элемент c_{23}. матрицы $C=A\cdot B$ 1) 17 2) 24 3) 18
8	Найдите $\det A$, если $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ 1) 5 2) 20 3) -8

9	Разложите определитель $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2\lambda & 2 & \beta \\ 0 & 0 & \alpha \end{vmatrix}$ по элементам третьей строки. 1) $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2\lambda & 2 \end{vmatrix}$ 2) $-\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2\lambda & 2 \end{vmatrix}$ 3) $-\alpha \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2\lambda & 2 \end{vmatrix}$ 4) $\alpha \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2\lambda & 2 \end{vmatrix}$
10	Чему равен ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 6 \\ 3 & -6 & 9 \end{pmatrix}$ 1) 1 2) 2 3) 3

Перечень вопросов к экзамену по дисциплине (модулю)

1. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц.

2. Транспонирование матриц. Умножение матриц.

3. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителей.

4. Обратная матрица и способы ее вычисления.

5. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.

6. Собственные векторы и собственные значения матрицы, свойства собственных векторов матрицы.

7. Основные понятия, определения и формы записи системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Условие Кронекера-Капелли совместности СЛАУ.

8. Нахождение решения системы линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера.

9. Запись и решение СЛАУ в матричном виде.

10. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

11. Общее решение произвольной системы линейных алгебраических уравнений.

12. Линейная зависимость и независимость векторов.

13. Скалярное произведение векторов.

14. Базис линейного пространства. Преобразование координат при замене базиса.

15. Ортонормированные базисы. Евклидовы пространства.
16. Нахождение матрицы линейного преобразования.
17. Прямая и основные кривые на плоскости.
18. Уравнение прямой в трехмерном пространстве.
19. Уравнение плоскости в трехмерном пространстве.
20. Понятие, геометрическое представление и формы записи комплексных чисел.
21. Основные операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.
22. Постановка задач линейного программирования.
23. Графический метод решения задач линейного программирования.
24. Элементы теории двойственности.
25. Понятие о целочисленном программировании и методах решения соответствующих задач.

Задания на проверку сформированности второго компонента компетенций – «Уметь»

Выполните практическое задание.

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x+2y+z=-8 \\ 2x+3y+z=-3 \\ 2x+y+3z=-1 \end{cases}$$

Задания на проверку сформированности третьего компонента компетенций – «владеть»

Выполните практическое задание.

Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2=2 \\ 3x_1+5x_2=4 \end{cases}$$

Типовые задачи по дисциплине

1. Заданы матрицы A и B

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

а) $A+B$; б) $A^T B$; в) $A+B^T$; г) $A\cdot B$; д) AB^T; е) A^T+B^T; ж) A^T-B; з) $A^T B^T$;

k) Найти матрицу C= 6A-3B и матрицу $D=A^T+B^T$;.

2. Задана матрица

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 3 & -1 & 2\\ 2 & -1 & 0\end{pmatrix}$$

Найти матрицы A^3 и A^2-A

3. Вычислить определители матриц

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 4 & 0 & 1\\ 3 & 6 & 0\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 0\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0 & 1\\ 4 & 0 & 1 & 0\\ 3 & 6 & 0 & 0\\ 4 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

4.Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases}2x_1-x_2+x_3=0\\ x_1+2x_2+x_3=4\\ 3x_1-x_2+2x_3=2\end{cases}\qquad \begin{cases}2x_1+3x_2-x_3+x_4=-3\\ 3x_1-x_2+2x_3+4x_4=8\\ x_1+x_2+3x_3-2x_4=6\\ -x_1+2x_2+3x_3+5x_4=3\end{cases}\qquad \begin{cases}2x_1+3x_2-x_3+x_4=5\\ 3x_1-x_2+2x_3+x_4=1\\ x_1+2x_2+3x_3+4x_4=6\\ 6x_1+4x_2+4x_3+6x_4=1\end{cases}$$

Решить систему уравнений методом LU- разложения, сравнить трудоемкость вычислительных процедур.

5.Определить косинус угла между векторами a_1 и a_2, принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

а) $a_1=\begin{pmatrix}1\\ 4\\ -2\end{pmatrix},\ a_2=\begin{pmatrix}-1\\ 3\\ -2\end{pmatrix}$; б) $a_1=\begin{pmatrix}1\\ 4\\ -2\end{pmatrix},\ a_2=\begin{pmatrix}0\\ 3\\ -2\end{pmatrix}$.

6.Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases}x_1-x_2+2\ge 0\\ 3x_1-2x_2-6\le 0\\ x_2-3\le 0\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}\qquad \begin{cases}x_1-2x_2+2\ge 0\\ 2x_1-2x_2-6\le 0\\ 3x_2-9\le 0\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}\qquad \begin{cases}2x_1-6x_2+2\ge 0\\ 3x_1-7x_2-8\le 0\\ 5x_2-2\le 0\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

7. Найти решение задачи графическим методом.

При откорме кроликов можно использовать корм с высоким содержанием белка по цене 0.8 у.ед./кг или более дешевый корм по цене 0.4 у.ед./кг. Килограмм дорогого корма дает 125 г белка и 4500 калорий, а дешевого – 50 г белка и 7500 калорий. Одному кролику в неделю требуется не менее 100 г белка и 4500 калорий. Найти самую дешевую смесь кормов, удовлетворяющих требованиям питательности.

ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

УК.1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		
Пороговый	**Знать:** основы линейной алгебры для решения экономических задач. **Уметь:** применять аппарат линейной алгебры для исследования и решения экономических задач. **Владеть:** основными навыками применения методов линейной алгебры.	**удовлетворительно**
Средний	**Средний уровень:** **Знать:** методы линейной алгебры для решения экономико-управленческих задач. **Уметь:** опираться при ответе на основные и дополнительные положения линейной алгебры. **Владеть:** приемами линейной алгебры для решения профессиональных задач.	**хорошо**
Повышенный	**Знать:** базовые понятия линейной алгебры; методы решения систем линейных алгебраических уравнений; терминологию и основные понятия и методы, используемые в линейной алгебре; принципы проведения теоретического исследования проблем линейной алгебры. **Уметь:** строить сложные логические выражения; разбираться в логических схемах; решать задачи вычислительного и теоретического характера в области линейной алгебры; логически корректно применять математические методы при решении задач; строить корректно обоснованные математические модели профессиональных задач; применять математические методы при решении задач линейной алгебры и верифицировать полученные результаты. **Владеть:** методами матричного анализа для решения экономико - управленческих задач, методическими основами построения и исследования математических моделей экономических процессов и явлений; методами построения и упрощения логических выражений; методами построения функциональных схем; навыками решения типовых задач, используя методы линейной алгебры; основными методами формулирования практических задач в терминах линейной алгебры; навыками практического использования математического аппарата линейной алгебры для решения конкретных задач; навыками интерпретации полученных результатов построения математических моделей.	**отлично**

Критерии оценивания уровня освоения компетенции

Форма контроля	Критерии уровня освоения компетенции
Экзамен	Критерием является степень усвоения обучающихся теоретического материала, предусмотренного программой дисциплины, в сочетании с умением применять полученные знания при решении задач. «Отлично» - свободное владение материалом, полный ответ на вопросы в объеме лекций с привлечением дополнительной литературы, полные грамотные ответы на все дополнительные вопросы. При ответах на вопросы обращается внимание на самостоятельность выводов и обоснованную точку зрения. Правильно и в срок выполненные все практические работы и задания для самостоятельной работы. «Хорошо» - неточный или неполный ответ на основные вопросы в объеме лекций с использованием дополнительной литературы, ответы на часть дополнительных вопросов. Все практические работы и задания для самостоятельной работы сданы в срок, но выполнены с несущественными недочетами. «Удовлетворительно» - приблизительно правильный ответ на основные вопросы в объеме лекций и ответы на часть дополнительных вопросов. Правильно выполнена большая часть практических работ и заданий для самостоятельной работы. «Неудовлетворительно» - незнание основных вопросов в объеме лекций (слабый ответ или его отсутствие на основные вопросы и затруднения с ответами на дополнительные вопросы). Отсутствие выполненных практических работ и заданий для самостоятельной работы.
Решение задач	Критерием является степень готовности обучающихся применять полученные теоретические знания для решения профессионально – прикладных ситуаций и задач. При оценке выполнения индивидуального профессионального задания учитывается: выполнение задания в полном объеме с исчерпывающими пояснениями – «отлично; выполнение задания в полном объеме, но с отдельными неточностями, с недостаточными пояснениями - «хорошо»; задание выполнено не полностью; имеются ошибки в работе, работа не пояснена - «удовлетворительно»; задание не выполнено или выполнено не правильно - оценка 2 (неудовлетворительно).
Тестирование	Критерием оценки является уровень усвоения обучающимся материала, предусмотренного программами дисциплин, что выражается количеством правильных ответов на предложенные тестовые задания по дисциплине. При ответах на вопросы теста: • 90 – 100 % правильных ответов - «отлично»; • 75 – 89 % правильных ответов– «хорошо»; • 50 – 74 % правильных ответов– «удовлетворительно»; менее 50 % правильных ответов– «неудовлетворительно».

9. ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014 г. № АК-44/05вн и «Положение об организации инклюзивного образования в АНО ВО «Национальный институт бизнеса».

Подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится с учетом их индивидуальных особенностей.

Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному учебному плану.

10.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Основная литература

1. Курс по высшей математике (для экономистов). — Новосибирск: Сибирское университетское издательство, Норматика, 2017. — 119 с. — ISBN 978-5-4374-0806-3. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/65165.html. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Дополнительная литература

1. Высшая математика. Часть 1: учебное пособие / В.И. Белоусова, Г.М. Ермакова, М.М. Михалева [и др.]. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2017. — 296 с. — ISBN 978-5-7996-1779-0. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/65920.html. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Елькин, А.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие/ А.Г. Елькин. — Саратов: Вузовское образование, 2018. — 95 с. — ISBN 978-5-4487-0325-6. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/77939.html. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Электронно-библиотечная система

IPRBooks. http://www.iprbookshop.ru

Электронные образовательные ресурсы (современные профессиональные базы данных)

База данных научной электронной библиотеки. https://elibrary.ru

База данных EqWorld - Мир математических уравнений. http://eqworld.ipmnet.ru

База данных Федерального образовательного портала «Экономика. Социология. Менеджмент». http://ecsocman.hse.ru

База данных Библиотечных и архивных ресурсов Государственной Думы «Парламентская библиотек». https://parlib.duma.gov.ru

Электронные образовательные ресурсы
(информационные справочные системы)

Справочно-правовая система «Консультант Плюс». http://www.consultant.ru

Официальный Интернет-портал правовой информации. Государственная система правовой информации. http://pravo.gov.ru

Перечень комплектов лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при изучении дисциплины (модуля)

При изучении дисциплины предполагается применение современных информационных технологий. Комплект программного обеспечения для их использования включает в себя:

– пакеты офисного программного обеспечения Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint);

– веб-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox, Internet Explorer);

– электронную библиотечную систему IPRBooks;

– систему размещения в сети «Интернет» и проверки на наличие заимствований курсовых, научных и выпускных квалификационных работ «ВКР-ВУЗ.РФ».

Доступ к электронной информационно-образовательной среде обеспечивается через сеть Интернет https://eios.nibmoscow.ru/.

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Материально-техническая база Института обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются учебные аудитории, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду института.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории: мобильный мультимедийный комплект в составе: проектор, ноутбук.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины (модуля).