АНО ВО «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ БИЗНЕСА»

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Б1.О.10 «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Направление подготовки	*38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата)*
Направленность (профиль) программы	*Финансы и кредит*
Формы обучения	*очная, очно-заочная, заочная*

Автор – составитель:
ст. преподаватель Чернова Т.М.

Москва 2021

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.08.2020 № 954).

Рецензент: Чернов В.Н., к.т.н., доцент кафедры прикладной информатики АНО ВО «Московский гуманитарный университет».

Рабочая программа дисциплины (модуля) утверждена на кафедре информатики, прикладной математики и естественнонаучных дисциплин АНО ВО «Национальный институт бизнеса».

Протокол №9 от 29.06.2021 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля) согласована в рамках основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, направленность (профиль) программы Финансы и кредит с ПАО «Сбербанк», АО «Инвестиционная компания «ФИНАМ».

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи дисциплины (модуля)…….……..... 4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО…….. 4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы……... 5
4. Структура и содержание дисциплины (модуля)…….. 6
4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся…… 6
4.2 Учебно-тематический план дисциплины (модуля) …..……. 7
5. Содержание дисциплины (модуля)…….…… 8
6. Планы семинарских занятий ……. 12
7. Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)……. 16
8.Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)……..... 16
9. Особенности обучения лиц с ограниченными возможностями здоровья……. 25
10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)… 25
11. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)…….. 27

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Образовательная цель дисциплины – является формирование у обучающихся необходимого объёма фундаментальных и прикладных знаний, системных представлений о теории вероятностей и математической статистике.

Задачи дисциплины:

-сформировать представление об особенностях теории вероятностей и математической статистики;

-освоить методы изучения случайных явлений и изучения их специфических закономерностей;

-изучить виды случайных величин и их основных характеристик;

-сформировать практические навыки решения задач теории вероятностей и математической статистики.

Воспитательная цель дисциплины – создание условий для активной жизнедеятельности обучающихся, их гражданского самоопределения, профессионального становления и индивидуально-личностной самореализации в созидательной деятельности для удовлетворения потребностей в нравственном, культурном, интеллектуальном, социальном и профессиональном развитии.

Достижению поставленной цели воспитания обучающихся способствует решение следующих задач:

– развитие мировоззрения и актуализация системы базовых ценностей личности;

– приобщение обучающихся к общечеловеческим нормам морали, национальным устоям и академическим традициям;

– воспитание уважения к закону, нормам коллективной жизни, развитие гражданской и социальной ответственности;

– воспитание положительного отношения к труду, воспитание социально значимой целеустремленности и ответственности в деловых отношениях;

– обеспечение развития личности и ее социально-психологической поддержки, формирование личностных качеств, необходимых для эффективной профессиональной деятельности;

– выявление и поддержка талантливой обучающихся, формирование организаторских навыков, творческого потенциала, вовлечение обучающихся в процессы саморазвития и самореализации;

– формирование культуры и этики профессионального общения;

– воспитание внутренней потребности личности в здоровом образе жизни, ответственного отношения к природной и социокультурной среде;

– повышение уровня культуры безопасного поведения;

– развитие личностных качеств и установок, социальных навыков и управленческими способностями.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина Б1.О.10 «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к Блоку 1. Дисциплины (модули) (обязательная часть).

2.1 Изучение данной дисциплины проходит на основе освоения дисциплины школьной программы «Алгебра».

2.2 Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходима для дальнейшего освоения математических и статистических методов в экономике и управлении.

На данную дисциплину опираются такие предметы как «Эконометрика», «Методы оптимальных решений» и др.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Формулировка компетенции	**Индикаторы достижения компетенций**	**Знания, умения, владения**
УК.1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК.1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. УК.1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. УК.1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	знать: - пространство элементарных событий, случайные события, алгебра событий - основные понятия и задачи статистики - основные методы решения задач теории вероятностей - характеристики одномерных и многомерных случайных величин уметь - формализовать задачи, для которых требуется провести соответствующий анализ, определять направление и методы обработки статистических данных - решать задачи с помощью теоремы Бернулли - определять одноканальную и многоканальную модель СМО - решать задачи СМО с ожиданием, с ограниченной длиной очереди **владеть** - основными понятиями дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» - опытом вычисления характеристик положения и числовых характеристик случайных величин, выборок - навыками поиска информации по дисциплине с применением информационно-коммуникационных технологий - навыками решения профессиональных задач с помощью теории вероятностей и математической статистики

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составляет 144 часа (4 зачетных единицы).

Для очной формы обучения

Вид учебной работы	**Всего часов**	**Семестр 2,** час.
Контактная работа	**48,2**	**48,2**
Занятия лекционного типа	16	16
Занятия семинарского типа	32	32
Контактные часы на промежуточную аттестацию (зачет с оценкой)	0,2	0,2
Самостоятельная работа	**95,8**	**95,8**
Форма промежуточной аттестации		зачет с оценкой

Для очно-заочной формы обучения

Вид учебной работы	**Всего часов**	**Семестр 3,** час.
Контактная работа	**24,2**	**24,2**
Занятия лекционного типа	12	12
Занятия семинарского типа	12	12
Контактные часы на промежуточную аттестацию (зачет с оценкой)	0,2	0,2
Самостоятельная работа	**119,8**	**119,8**
Форма промежуточной аттестации		зачет с оценкой

4.2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

(очная форма обучения)

№	Наименование темы	Всего	Контактная работа, час				Сам. работа	Компетенция
			Всего	Лекции	Семинары	Прак. занятия		
1.	Введение в теорию вероятностей и математическую статистику.	9	1	1	-		8	УК.1
2.	Основы понятия теории вероятностей	19	10	2*	4*	4*	9	УК.1
3.	Вероятности сложных событий. Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.	21	8	2*	-	6	13	УК.1
4.	Дискретные случайные величины (ДСВ). Числовые характеристики ДСВ и их свойства.	21	8	2*	2*	4	13	УК.1
5.	Непрерывные случайные величины (НСВ). Основные характеристики НСВ. Основные законы распределения НСВ.	20	6	2	-	4	14	УК.1
6.	Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.	13	4	2	2	-	9	УК.1
7.	Элементы математической статистики.	17	6	2	-	4	11	УК.1
8.	Проверка статистических гипотез.	11	2	2	-	-	9	УК.1
9.	Цепи Маркова.	12,8	3	1	2	-	9,8	УК.1
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (зачет с оценкой)	0,2	0,2					
	Итого часов	**144**	**48,2**	**16/6***	**10/6***	**22/4***	**95,8**	

Примечание: знаком* выделены темы, по которым проводятся активные и интерактивные занятия.

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

(очно-заочная форма обучения)

	Наименование темы	Всего	Контактная работа, час				Сам. работа	Компетенция
			Всего	Лекции	Семинары	Прак. занятия		
1.	Введение в теорию вероятностей и математическую статистику.	9	1	1	-	-	8	УК.1
2.	Основы понятия теории вероятностей	19	4	2*		2*	15	УК.1
3.	Вероятности сложных событий. Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.	21	3	1*	-	2	18	УК.1
4.	Дискретные случайные величины (ДСВ). Числовые характеристики ДСВ и их свойства.	21	6	2*	-	4	15	УК.1
5.	Непрерывные случайные величины (НСВ). Основные характеристики НСВ. Основные законы распределения НСВ.	20	4	2	-	2	16	УК.1
6.	Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.	13	1	1	-	-	12	УК.1
7.	Элементы математической статистики.	17	3	1	-	2	14	УК.1
8.	Проверка статистических гипотез.	11	1	1	-	-	10	УК.1
9.	Цепи Маркова.	12,8	1	1	-	-	11,8	УК.1
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (зачет с оценкой)	0,2	0,2					
	Итого часов	**144**	**24,2**	**12/5***	**-**	**12/2***	**119,8**	

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Тема 1. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику.

Предмет курса, его цель и задачи. Роль и значение дисциплины в подготовке экономистов - специалистов. Цели и задачи преподавания дисциплины. Структура, содержание дисциплины и ее взаимосвязь с другими учебными дисциплинами. Методология изучения дисциплины. Определения основных понятий дисциплины.

Предпосылки возникновения теории вероятностей как математической науки, изучающей закономерности случайных явлений. Сущность и условия применимости теории вероятностей. Математическая статистика – раздел математики, изучающий методы сбора, систематизации, обработки и интерпретации результатов наблюдений с целью выявления статистических закономерностей. Взаимосвязь математической статистики и теории вероятностей.

Тема 2. Основные понятия теории вероятностей.

Понятие события как результата испытания. Случайное событие. Достоверное и невозможное события. Полная группа событий. Несовместные и совместные события. Понятие элементарных исходов. Трактовка вероятности как степени возможности наступления события. Классическое определение вероятности. Система аксиом, предложенная А.Н. Колмогоровым. Алгебра событий (алгебра Буля). Свойства вероятностей. Алгоритм вычисления вероятности события по классической формуле вероятности с применением основных формул и принципов комбинаторики. Статистическое определение вероятности. Геометрические вероятности.

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: проблемная лекция – форма обучения студентов, в ходе которой преподаватель излагает проблемную ситуацию, а затем, используя активную познавательную работу обучающихся, предлагает осуществить совместный поиск решения стоящих задач.

Тема 3. Вероятности сложных событий. Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.

Операции над случайными событиями (сумма, произведение событий). Понятие противоположного события. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Теоремы о сумме вероятностей событий, образующих полную группу и сумме вероятностей противоположных событий. Принцип практической невозможности маловероятных событий, уровень значимости. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий. Понятие попарно независимых событий. События, независимые в совокупности (просто независимые). Теорема о вероятности появления хотя бы одного из событий, независимых в совокупности. Теорема о вероятности суммы совместных событий. Формула полной вероятности. Вероятность гипотез. Формулы Байеса.

Повторение испытаний. Вывод формулы Бернулли (вычисление вероятности появления k раз события A в n испытаниях). Теорема Лапласа(теорема Муавра-Лапласа)

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: проблемная лекция – форма обучения студентов, в ходе которой преподаватель излагает проблемную ситуацию, а затем, используя активную познавательную работу обучающихся, предлагает осуществить совместный поиск решения стоящих задач.

Тема 4. Дискретные случайные величины (ДСВ). Числовые характеристики ДСВ и их свойства.

Определение случайной величины. Понятие дискретной случайной величины (ДСВ). Закон распределения вероятностей ДСВ. Три формы задания закона распределения ДСВ.Многоугольник (полигон) распределения вероятностей. Зависимые и независимые случайные величины. Математические операции над ДСВ (произведение случайной величины на постоянную. Сумма, разность и произведение случайных величин). Методика записи распределения функции от одной ДСВ. Методика записи распределения функции от двух независимых ДСВ. Определение функции распределения случайной величины X (F (x)). Геометрическая интерпретация функции распределения для ДСВ (разрывная ступенчатая функция). Общие свойства функции распределения.

Числовые характеристики ДСВ. Определение математического ожидания ДСВ. Вероятностный смысл математического ожидания, свойства. Отклонение случайной величины от её математического ожидания. Определение дисперсии ДСВ. Две формулы для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии. Определение среднеквадратического отклонения ДСВ. Среднеквадратическое отклонение суммы взаимно независимых величин.

Биномиальное и геометрическое распределения ДСВ, используемые для построения теоретико-вероятностных моделей реальных социально-экономических явлений. Определение геометрического распределения ДСВ X=m, представляющей собой число m испытаний, проведённых по схеме Бернулли, с вероятностью p наступления события в каждом испытании до первого положительного исхода. Нахождение числовых характеристик геометрического распределения.

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: проблемная лекция – форма обучения студентов, в ходе которой преподаватель излагает проблемную ситуацию, а затем, используя активную познавательную работу обучающихся, предлагает осуществить совместный поиск решения стоящих задач.

Тема 5. Непрерывные случайные величины (НСВ). Основные характеристики НСВ. Основные законы распределения НСВ.

Определение непрерывной случайной величины (НСВ).

Понятие равномерно распределенной НСВ как величины, вероятности попадания которой в определённый промежуток зависит только от длины этого промежутка (геометрическое определение вероятности). Формулы для расчёта вероятности НСВ, имеющей равномерное распределение. Использование равномерного закона распределения при проведении расчётов (округлении числа до целого), в ряде задач массового обслуживания, при статическом моделировании наблюдений, подчинённых заданному распределению.

Определение функции распределения (интегральной функции распределения) вероятностей НСВ F(x).

Определение плотности вероятности (плотности распределения или просто плотности) НСВ (f (x)). Нахождение плотности вероятности по заданной функции распределения. Нахождение функции распределения по известной плотности распределения.

Числовые характеристики НСВ. Методика расчёта математического ожидания (M(x)), дисперсии (D(x)) (две формулы) и среднего квадратического отклонения НСВ (δ(x)). Свойства математического ожидания и дисперсии. Вычисление числовых характеристик по заданным функции или плотности распределения НСВ. Характеристики положения – мода и медиана.

Определение нормального распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Область применения нормального распределения для моделирования различных явлений (экономика, статистика и др.). формула для расчёта плотности нормального распределения.

Определение показательного (экспоненциального) распределения НСВ. Формула для вычисления плотности распределения. Параметр λ показательного распределения. Функция распределения показательного закона. Вычисление числовых характеристик показательного распределения (вывод формул для расчёта математического ожидания и дисперсии). Роль показательного закона распределения в теории

массового обслуживания и теории надёжности. Вероятность попадания в заданный интервал показательно распределённой случайной величины.

Тема 6. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Закон больших чисел. Неравенство Маркова для неотрицательных значений случайной величины. Неравенство Чебышева для любых случайных величин. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли – следствие теоремы Чебышева. Теорема Пуассона – обобщение теоремы Бернулли, когда вероятности в каждом испытании различны. Центральная предельная теорема – группа теорем, посвящённых установлению условий, при которых возникает нормальный закон распределения. Теорема Ляпунова.

Тема 7. Элементы математической статистики.

Общие сведения о выборочном методе. Примеры сплошного и выборочного наблюдений. Задачи математической статистики. Краткая историческая справка. Понятие генеральной и выборочной совокупности. Объём совокупности. Суть и необходимость применения выборочного метода. Понятие репрезентативной выборки. Способы отбора объектов: повторный, бесповторный. Виды выборок: собственно-случайная, типическая, механическая, серийная (гнездовая). Преимущества выборочного метода. Задачи выборочного метода. Понятие варианты, вариационного ряда. Определение частоты (ni) и относительной частоты наблюдений (wi). Статистическое распределение выборки, способы задания (дискретные и интервальные значения вариант).Графическое построение полигона частот и относительных частот по заданному распределению частот и относительных частот выборки. Определение гистограммы частот и гистограммы относительных частот. Графическая иллюстрация, область применения (для непрерывного признака).

Понятие статистической оценки. Виды статистических оценок (точечные и интервальные), области их применения в зависимости от объёма выборки. Определение и формула расчёта генеральной средней ($\bar{x}_r$ - математического ожидания) для случаев, когда все значения признака выборки (объёма п) различны и когда значения признака имеют различные частоты. Определение генеральной дисперсии (D_r) и генерального среднеквадратического отклонения (стандарта), формулы для расчёта.

Точечные оценки для выборочной средней ($\bar{x}_b$), является оценкой математического ожидания, (несмещённая оценка). Определение выборочной дисперсии (D_b) и формула для расчёта (оценивает дисперсию генеральной совокупности и является смещённой оценкой). Исправленная выборочная дисперсия (несмещённая оценка генеральной дисперсии -S^2). Определение среднеквадратического отклонения ($\sqrt{S^2}$). Понятие интервального оценивания. Определение надёжности (доверительной вероятности) оценки.

Тема 8. Проверка статистических гипотез.

Принцип практической уверенности. Определение статистической гипотезы. Виды гипотез. Общая схема проверки гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости. Теорема Неймана-Пирсона. Проверка гипотез о равенстве средних двух и более совокупностей.

Тема 9.Цепи Маркова.

Определение цепи Маркова. Состояния системы и изменения состояний. Цепи Маркова с дискретным и непрерывным временем. Однозначная цепь Маркова. Переходная вероятность. Определения матрицы перехода системы. Равенство Маркова. Использование цепей Маркова в моделировании социально-экономических процессов.

6. ПЛАНЫ ЗАНЯТИЙ СЕМИНАРСКОГО ТИПА

а) для обучающихся очной формы обучения

Практическое занятие №1 (тема №2).*

1.Решение задач на подсчёт числа различных комбинаций с применением формул комбинаторики.

2.Применение правил суммы и произведения в комбинаторных задачах.

3.Решение индивидуальных заданий обучающимися (см. «Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю))

*Примечание: занятие проводится в форме группового обсуждения – форме учебной работы, направленной на достижение лучшего усвоения изучаемого материала. Обсуждаются различные виды соединений и их применение в решении различных задач.

Практическое занятие №2 (тема № 2).*

1.Рассмотрение алгоритмов решения задач на вычисление вероятностей событий с использованием формулы классического определения вероятности.

2. Решение индивидуальных заданий обучающимися.

*Примечание: занятие проводится в форме кейс метода– способ интерактивного коллективного обучения, важнейшими составляющими которого является работа в группах и подгруппах, взаимный обмен информацией. При данном методе обучения студенты самостоятельно принимают решения, обосновывая их.

Практическое занятие №3 (тема №3).

1.Рассмотрение алгоритмов нахождения вероятности сложных событий с использованием теорем умножения и сложения вероятностей, а также условной вероятности.

2. Решение индивидуальных заданий обучающимися.

Практическое занятие №4 (тема №3).

1. Решение задач на нахождение вероятностей по схеме Бернули и с применением теоремы Муавра-Лапласа.

2. Решение индивидуальных заданий обучающимися.

Практическое занятие №5 (тема №3).

1. Рассмотрение формулы полной вероятности и формулы Бейеса для вычисления вероятностей гипотез.

2. Решение индивидуальных заданий обучающимися

Практическое занятие №6 (тема №4).

1. Решение задач на запись закона распределения ДСВ и построение графика функции распределения.

2. Решение индивидуальных заданий обучающимися

Практическое занятие №7 (тема №4).

1. Вычисление числовых характеристик ДСВ и функции от ДСВ с использованием свойств математического ожидания и дисперсии.

2. Решение индивидуальных заданий обучающимися

Практическое занятие №8 (тема №5).

1. Вычисление функции распределения по заданной плотности распределения.
2. Вычисление плотности распределения по заданной функции распределения.
3. Нахождение числовых характеристик НСВ.
4. Решение индивидуальных заданий обучающимися

Практическое занятие №9 (тема №5).

1. Вычисление функции распределения и вероятности попадания в заданный интервал нормальной случайной величины по заданной плотности распределения.
2. Вычисление числовых характеристик и вероятности попадания в интервал случайной величины, распределённой показательно.
3. Решение индивидуальных заданий обучающимися

Практическое занятие №10 (тема №7).

1. Построение по заданной выборке полигона частот, относительных частот, гистограмм.

2. Решение индивидуальных заданий обучающимися

Практическое занятие №11 (тема №7).

1. Расчёт по заданной выборке её числовых характеристик.

2. Решение индивидуальных заданий обучающимися

Семинарское занятие №1 (тема №2).*

Вопросы для рассмотрения:

1. Основные типы соединений (сочетания, перестановки, размещения).
2. Формулы для расчёта количества различных соединений.
3. Область применения комбинаторики. Примеры.

*Примечание: занятие проводится в форме группового обсуждения – форме учебной работы, направленной на достижение лучшего усвоения изучаемого материала. Обсуждаются различные виды соединений и их применение в решении различных задач.

Семинарское занятие №2 (тема №2).*

Вопросы для рассмотрения:

1. Геометрические вероятности и способы их вычисления.
2. Примеры использования геометрических вероятностей.

*Примечание: занятие проводится в форме дискуссии – форма активного и интерактивного обучения, в рамках которой студенты высказывают своё мнение по

решению задачи, заданной преподавателями. Это развивает возможность определять собственную позицию, закрепляет знания.

Семинарское занятие №3 (тема №4).*

Вопросы для рассмотрения:

1.Повторение испытаний. Формула Бернулли.

2.Области применения локальной и интегральной теории Лапласа. Примеры.

*Примечание: занятие проводится в форме мозгового штурма – форма и метод коллективного поиска решений, основанный на принципе временного ограничения. Студенты должны дать как можно больше ответов, вариантов решений поставленной задачи.

Семинарское занятие №4 (тема №6).

Вопросы для рассмотрения:

1.Обсуждение задачи, которую решает закон больших чисел.

2.Постановка задачи, которую решает неравенство Чебышева.

3.Обсуждение сущности теоремы Чебышева и её значения для практики.

Семинарское занятие №5 (тема №9).

Вопросы для рассмотрения:

1.Обсуждение основных показателей цепей Маркова.

2.Нахождение матриц перехода системы.

б) для обучающихся очно-заочной формы обучения

Практическое занятие №1 (тема №2).*

1. Решение задач на подсчёт числа различных комбинаций с применением формул комбинаторики.

2. Рассмотрение алгоритмов решения задач на вычисление вероятностей событий с использованием формулы классического определения вероятности.

3. Применение правил суммы и произведения в комбинаторных задачах.

4. Решение индивидуальных заданий обучающимися

*Примечание: занятие проводится в форме группового обсуждения – форме учебной работы, направленной на достижение лучшего усвоения изучаемого материала. Обсуждаются различные виды соединений и их применение в решении различных задач.

Практическое занятие №2 (тема №3).

1. Рассмотрение алгоритмов нахождения вероятности сложных событий с использованием теорем умножения и сложения вероятностей, а также условной вероятности.

2. Решение задач на нахождение вероятностей по схеме Бернули и с применением теоремы Муавра-Лапласа.

3. Решение индивидуальных заданий обучающимися.

4. Рассмотрение формулы полной вероятности и формулы Бейеса для вычисления вероятностей гипотез.

Практическое занятие №3 (тема №4).

1. Решение задач на запись закона распределения ДСВ и построение графика функции распределения.

2. Решение индивидуальных заданий обучающимися.

Формируемые компетенции: ОПК-2

Практическое занятие №4 (тема №4).

1. Вычисление числовых характеристик ДСВ и функции от ДСВ с использованием свойств математического ожидания и дисперсии.

2. Решение индивидуальных заданий обучающимися.

Практическое занятие №5 (тема №5).

1. Вычисление функции распределения по заданной плотности распределения.

2. Вычисление плотности распределения по заданной функции распределения.

3. Нахождение числовых характеристик НСВ.

4. Вычисление функции распределения и вероятности попадания в заданный интервал нормальной случайной величины по заданной плотности распределения.

5. Вычисление числовых характеристик и вероятности попадания в интервал случайной величины, распределённой показательно.

6. Решение индивидуальных заданий обучающимися (см. «Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю))

.

Практическое занятие №6 (тема №7).

1. Построение по заданной выборке полигона частот, относительных частот, гистограмм.

2. Расчёт по заданной выборке её числовых характеристик

3. Решение индивидуальных заданий обучающимися.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Приложение 1. Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)

8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Карта фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Темы по учебно-тематическому плану	Оценочные средства
1	Основные понятия теории вероятностей	Вопросы № 1-4 Тесты по теме Текущий контроль
2	Вероятности сложных событий. Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.	Вопросы № 5-15 Тесты по теме Текущий контроль
3	Дискретные случайные величины (ДСВ). Числовые характеристики ДСВ и их свойства.	Вопросы № 16-23 Тесты по теме Текущий контроль
4	Непрерывные случайные величины (НСВ). Основные характеристики НСВ. Основные законы распределения НСВ.	Вопросы № 24-44 Тесты по теме Текущий контроль
5	Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.	Вопросы № 45-46 Тесты по теме Текущий контроль
6	Элементы математической статистики.	Вопросы № 48 Тесты по теме Текущий контроль
7	Проверка статистических гипотез.	Вопросы № 56-57 Тесты по теме Текущий контроль
8	Цепи Маркова.	Вопросы № 58-59 Тесты по теме Текущий контроль

Фонд оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю) «Теория вероятностей и математическая статистика»

Приложение 2. Содержание фонда оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Задания для оценки сформированности компонента компетенции – «знать»: учебный материал в пределах программы на основе представления одного из подходов к рассматриваемой проблеме.

Перечень вопросов к зачету с оценкой

1. Комбинаторика. Основные типы соединений (размещения, перестановки, сочетания). Определения и формулы для расчёта.
2. Основные правила комбинаторики (правила суммы и произведения). Примеры.
3. Случайное событие. Виды случайных событий.
4. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Аксиомы, определяющие вероятность.
5. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Теоремы о сумме вероятностей событий, образующих полную группу и сумме вероятностей противоположных событий.
6. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
7. Независимые события. Теорема для умножения независимых событий.
8. Понятие попарно независимых событий. События, независимые в совокупности (независимые). Вероятность совместного появления нескольких событий, независимых в совокупности.
9. Теорема о появлении хотя бы одного из событий, независимых в совокупности.
10. Теорема сложения вероятностей совместных событий (о вероятности появления хотя бы одного из двух совместных событий).
11. Формула полной вероятности.
12. Вероятность гипотез. Формулы Байеса.
13. Повторение испытаний Формула Бернулли.
14. Локальная теорема Лапласа.
15. Интегральная теорема Лапласа.
16. Случайные величины. Понятие дискретной случайной величины (ДСВ). Закон распределения вероятностей ДСВ. Формы задания закона распределения. Многоугольник распределения. Примеры.
17. Математические операции над ДСВ (сумма, произведение случайных величин, произведение случайной величины на постоянную).
18. Определение функции распределения. Функция распределения ДСВ. Геометрическая интерпретация функции распределения ДСВ.
19. Числовые характеристики ДСВ. Математическое ожидание ДСВ. Свойства математического ожидания.
20. Числовые характеристики ДСВ. Дисперсия ДСВ. Свойства дисперсии.

21. Среднеквадратическое отклонение ДСВ. Среднеквадратическое отклонение суммы взаимно независимых случайных величин.

22. Определение биномиального закона распределения. Математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение и график распределения.

23. Геометрическое распределение. Числовые характеристики распределения.

24. Определение непрерывной случайной величины (НСВ).

25. Геометрические вероятности. Формулы для вычисления вероятности опадания точки на отрезок l, в фигуру g.

26. Определение интегральной функции распределения вероятностей НСВ. Геометрический смысл, свойства.

27. График функции распределения для НСВ. Пример.

28. Определение плотности распределения вероятностей НСВ. График плотности распределения. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал (а;в). Геометрический смысл вероятности.

29. Нахождение функции распределения по известной плотности распределения. Пример.

30. Свойства плотности вероятности НСВ.

31. Числовые характеристики НСВ. Математическое ожидание, свойства. Формула для расчёта.

32. Числовые характеристики НСВ. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение. Формулы для расчёта.

33. Нахождение плотности распределения по известной функции распределения. Пример.

34. Характеристики положения: математическое ожидание, мода, медиана. Определение, методика нахождения. Полимодальное распределение.

35. Нормальное распределение НСВ. Область применения, вероятностный смысл параметров а и δ.

36. Построение графика плотности распределения для НСВ (кривой Гаусса). Влияние параметров нормального распределения на форму кривой.

37. Функция двух непрерывных случайных аргументов. Определение композиции.

38. Определение равномерно распределенной НСВ. Плотность распределения и функция распределения.

39. Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение для равномерного распределения НСВ.

40. Вероятность попадания НСВ, распределенной равномерно в интервал (а;в).

41. Определение показательного распределения НСВ. Плотность распределения и функция распределения.

42. Вычисление числовых характеристик показательного распределения НСВ.

43. Вероятность попадания НСВ экспоненциального распределения в заданный интервал.

44. Неравенство Чебышева.

45. Закон больших чисел и его следствие.

46. Центральная предельная теорема (Ляпунова А.М.).

47. Относительная частота. Статистическое понимание вероятности.

48. Задачи математической статистики. Краткая историческая справка.

49. Генеральная и выборочная совокупность.

50. Понятие репрезентативной выборки. Способы отбора объектов. Виды выборок.

51. Статистическое распределение выборки, способы задания (точечные и интервальные). Частоты и относительные частоты. Варианты и вариационный ряд.

52. Полигон и гистограмма. Графическое построение полигона частот и гистограммы частот и относительных частот.

53. Статистические оценки параметров распределения, виды оценок. Определение генеральной средней ($\overline{X_r}$). Определение выборочной средней ($\overline{X_b}$).

54. Определение генеральной дисперсии D_r, генерального среднеквадратического отклонения (δ_r).

55. Выборочная дисперсия (D_b), выборочного среднеквадратического отклонения (δ_b).

56. Определение статистической гипотезы.

57. Теорема Неймана-Пирсона.

58. Определение цепи Маркова и её использование в моделировании.

59. Предмет метода Монте-Карло. (метода статистических испытаний). Сущность метода.

Ответьте на вопросы теста.

№	Вопрос
1	Для биномиального распределения ДСВ дисперсия Д(х) будет: 1. $\sqrt{npq}$ 2. npq 3.q*n 4. $\frac{n}{p}$
2	НСВ Х задана плотностью распределения вероятностей f(x)= $\frac{1}{6\sqrt{2\pi}}\ \varepsilon\ \frac{(x-7)^2}{72}$ тогда среднее квадратическое отклонение нормального распределения равно: 1. $\sqrt{2\pi}$ 2.6 3.7 4.36
3	.НСВ Х задана плотностью распределения f(x)= $\frac{1}{5\sqrt{2\pi}}\ \varepsilon\ \frac{(x-6)^2}{50}$. Тогда математическое ожидание этой нормально распределенной величины равно: 1.5 2.25 3.6 4.50
4	НСВ Х распределена по показательному закону, $\lambda = 5$. Тогда D(x) будет: 1. $\frac{1}{36}$ 2. $\frac{1}{6}$ 3. $-\frac{1}{6}$ 4. e^6
5	Чем меньше объем выборки, тем ее параметры характеризуют параметры генеральной совокупности 1. □ менее точно 2. □ лучше **3.** □ точнее

<table>
<tr><td>6</td><td>Выборка считается малой, если количество ее элементов
1. □ меньше 30
2. □ меньше 3000
3. □ меньше 300</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Если основная гипотеза δ^2 =4, то конкурирующая равна:
1. δ^2 >4
2. $\delta^2 \neq 5$
3. $\delta^2 \geq 4$
4. $\delta^2 \geq 3$</td></tr>
<tr><td>8</td><td>Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию и , выборочное среднеквадратическое отклонение по распределению выборки:
Xi 1 4 6
Ni 10 15 25
а) 4,4; 3,64; 1,9
б) 2,2; 3,3; 1,5
в) 1,1; 2,2; 0,5</td></tr>
<tr><td>9</td><td>По данной выборке найти среднюю и исправленную дисперсию.
<table><tr><td>Xi</td><td>1</td><td>3</td><td>8</td><td>10</td></tr><tr><td>ni</td><td>15</td><td>12</td><td>10</td><td>13</td></tr></table>
1. 3.01; 4
2. 5.22; 4.03
3. 4.3; 3.5
4. 2; 1.2</td></tr>
<tr><td>10</td><td>Пусть заданы значения ДСВ X: 9,10,11,8,10,13,15,16,10.
Тогда мода СВ будет:
1.9
2.11
3.10
4.16</td></tr>
</table>

Задания для оценки сформированности компонента компетенции – «уметь»: опираться при ответе только на основные положения теории вероятностей.

Выполните практическое задание.

В первом ящике 3 карандаша и 4 ручки, во втором – 2 карандаша и 1 ручка. Случайным образом выбрали ящик и из него достали один предмет. Найти вероятность того, что это окажется ручка.

Задания для оценки сформированности компонента компетенции – «владеть»: основными методами исследования сбора, анализа и обработки данных.

Выполните практическое задание.

По заданной выборке найти выборочную среднюю и исправленную дисперсию.

x_i	3	4	6	10	12
n_i	8	7	10	12	13

Типовые задачи по дисциплине (модулю)

Задача 1. Выполнить операции объединения и пересечения над множествами *A* и *B:*

) A = [- 1; 0); B = (0; 1].

Задача 2. Найти объединение и пересечение множества рациональных чисел *R* и множества иррациональных чисел *I.*

Задача 3. Возможно ли равенство

$A \cap B = AUB$?

Задача 4. Нарисовать множество $(A \backslash B)U(B \backslash A)$

Задача 6. Сколькими способами *n* предметов можно разложить в *k* ящиков?

Задача 7. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков будет равна 7?

Задача 8. В урне 2 белых и 3 черных шара. Из урны вынимают подряд два шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.

Задача 9. Два самолета поочередно производят бомбометание по одной и той же цели, сбрасывая в каждый заход по одной бомбе. У каждого самолета имеются в запасе по три бомбы. Вероятность попадания в цель при сбрасывании одной бомбы для первого самолета p_1 = 0,3; для второго самолета p_2 = 0,4. При первом же попадании цель разрушается и бомбометание прекращается. Найти вероятность того, что не весь боезапас будет израсходован.

Задача 10. Производится стрельба по некоторой цели до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна p. Случайная величина X – число выстрелов. Построить ряд распределения величины X.

Задача 11. Стрелок ведет стрельбу по мишени до первого попадания, имея боезапас 4 патрона. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,6. Построить ряд распределения боезапаса, оставшегося неизрасходованным.

Задача 12. Производится один выстрел по мишени. Вероятность попадания равна 0,3. Построить функцию распределения числа попаданий.
Задача 13. Производится 4 выстрела по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,3. Построить функцию распределения числа попаданий.

Задача 14. Плотность распределения случайной величины X задана формулой

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

а) Построить график плотности распределения f(x)
б) Найти вероятность того, что величина X попадет на участок (-1, +1).
Задача 15. Найти математическое ожидание и дисперсию непрерывной случайной величины X, распределенной равномерно в интервале (a, b).

ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

УК.1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		
Пороговый	**Знать:** учебный материал в пределах программы на основе представления одного из подходов к рассматриваемой проблеме. **Уметь:** опираться при ответе только на основные положения теории вероятностей. **Владеть:** основными методами исследования сбора, анализа и обработки данных	**удовлетворительно**
Средний	**Знать:** учебный материал в пределах программы на основе представления двух-трех подходов к решению задачи. **Уметь:** опираться при ответе на основные и дополнительные положения теории вероятностей. **Владеть:** приемами статистического анализа для решения профессиональных задач.	**хорошо**
Повышенный	**Знать:** цель, задачи и методы теории вероятностей и математической статистики; основы теории вероятностей, комбинаторики; основы теории случайных величин; сущность выборочного метода, методику статистического оценивания параметров распределения по выборочным данным. **Уметь:** применять понятийно-категориальный аппарат в профессиональной деятельности; рассчитывать вероятности событий; записывать распределения и находить характеристики случайных величин; находить характеристики выборки, рассчитывать по выборочным данным статистические оценки параметров распределения. **Владеть:** методами теории вероятностей и математической статистики, методами принятия решений в условиях неопределенностей, методами исследования статистических данных, анализа результатов	**отлично**

Критерии оценивания уровня освоения компетенции

Форма контроля	Критерии оценки уровня освоения компетенции
Зачет с оценкой	Критерием оценки является уровень усвоения обучающимся теоретического материала, предусмотренного программой дисциплины, что выражается в степени владения материалом. «Отлично» - полный ответ на основные вопросы в объеме лекций с привлечением дополнительной литературы, полные грамотные ответы на все дополнительные вопросы. При ответах на вопросы обращается внимание на самостоятельность выводов и обоснованную точку зрения. Правильно и в срок выполненные все практические работы и задания для самостоятельной работы. «Хорошо» - неполный ответ на основные вопросы в объеме лекций с использованием дополнительной литературы, ответы на часть дополнительных вопросов. Все практические работы и задания для самостоятельной работы сданы в срок, но выполнены с несущественными недочетами. «Удовлетворительно» - посредственный ответ на основные вопросы в объеме лекций и ответы на часть дополнительных вопросов. Правильно выполнена большая часть практических работ и заданий для самостоятельной работы. «Неудовлетворительно» - незнание основных вопросов в объеме лекций (слабый ответ или его отсутствие на основные вопросы и затруднения с ответами на дополнительные вопросы). Отсутствие выполненных практических работ и заданий для самостоятельной работы.
Тестирование	Критерием оценки является уровень усвоения обучающимся материала, предусмотренного программами дисциплин, что выражается количеством правильных ответов на предложенные тестовые задания по дисциплине. При ответах на вопросы теста: • 90 – 100 % правильных ответов - «отлично»; • 75 – 89 % правильных ответов– «хорошо»; • 50 – 74 % правильных ответов– «удовлетворительно»; • менее 50 % правильных ответов– «неудовлетворительно».
Решение задач	Критерием оценки является уровень умений обучающегося применять полученные теоретические знания для решения профессионально – прикладных ситуаций и задач. При оценке выполнения индивидуального профессионального задания учитывается: выполнение задания в полном объеме с исчерпывающими пояснениями – «отлично; выполнение задания в полном объеме, но с отдельными неточностями, с недостаточными пояснениями - «хорошо»; задание выполнено не полностью; имеются ошибки в работе, работа не пояснена - «удовлетворительно»; задание не выполнено или выполнено не правильно - оценка 2 (неудовлетворительно).

9. ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014 г. № АК-44/05вн и «Положение об организации инклюзивного образования в АНО ВО «Национальный институт бизнеса».

Подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится с учетом их индивидуальных особенностей.

Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному учебному плану.

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Основная литература

1. Колемаев, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина; под редакцией В.А. Колемаев. — 2-е изд. — Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 352 с. — ISBN 5-238-00560-1. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/71075.html. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. — 3-е изд. — Москва: Дашков и К, 2020. — 472 с. — ISBN 978-5-394-03595-1. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/111035.html. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Дополнительная литература

1. Логинов, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика: сборник задач / В.А. Логинов. — Москва: Московская государственная академия водного транспорта, 2016. — 26 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/65684.html. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Тарасов, В.Н. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы: учебное пособие / В.Н. Тарасов, Н.Ф. Бахарева. — Самара: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 283 с. — ISBN 5-7410-0415-6. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/71890.html. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Электронно-библиотечная система

IPRBooks. http://www.iprbookshop.ru

Электронные образовательные ресурсы
(современные профессиональные базы данных)

База данных научной электронной библиотеки. https://elibrary.ru

База данных EqWorld - Мир математических уравнений. http://eqworld.ipmnet.ru

База данных Федерального образовательного портала «Экономика. Социология. Менеджмент». http://ecsocman.hse.ru

База данных Библиотечных и архивных ресурсов Государственной Думы «Парламентская библиотек». https://parlib.duma.gov.ru

Электронные образовательные ресурсы
(информационные справочные системы)

Справочно-правовая система «Консультант Плюс». http://www.consultant.ru

Официальный Интернет-портал правовой информации. Государственная система правовой информации. http://pravo.gov.ru

Перечень комплектов лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при изучении дисциплины (модуля)

При изучении дисциплины предполагается применение современных информационных технологий. Комплект программного обеспечения для их использования включает в себя:

– пакеты офисного программного обеспечения Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint);

– веб-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox, Internet Explorer);

– электронную библиотечную систему IPRBooks;

– систему размещения в сети «Интернет» и проверки на наличие заимствований курсовых, научных и выпускных квалификационных работ «ВКР-ВУЗ.РФ».

Доступ к электронной информационно-образовательной среде обеспечивается через сеть Интернет https://eios.nibmoscow.ru/.

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Материально-техническая база Института обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом, и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются учебные аудитории, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду института.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории: мобильный мультимедийный комплект в составе: проектор, ноутбук.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины (модуля).