

АНО ВО «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ БИЗНЕСА»

Приложение 1
к рабочей программе дисциплины
(модуля)
Б1.Б.16 «Теория вероятностей и
математическая статистика»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) Б1.Б.16 «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Направление подготовки	<i>38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата)</i>
Направленность (профиль)	<i>Бухгалтерский учет, анализ и аудит</i>
Формы обучения	<i>очная, очно-заочная, заочная</i>

СОДЕРЖАНИЕ

1. Методические рекомендации по подготовке к занятиям лекционного и семинарского типа	2
2. Задания для самостоятельной работы обучающихся	2
3. Методические рекомендации по подготовке к зачету	9
4. Словарь основных терминов	9

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЗАНЯТИЯМ ЛЕКЦИОННОГО И СЕМИНАРСКОГО ТИПА

Самостоятельная работа, является основным видом обучения и предполагает изучение рекомендуемых литературных источников (основной и дополнительной литературы) для доработки лекций и подготовки к семинарским и практическим занятиям.

Доработку лекции целесообразно осуществлять в течение 2-3-х дней после её проведения. Для этого надо внимательно прочесть сделанный конспект лекций, выделить (подчеркнуть) вопросы, формулировки, заголовки и основные положения записей, тщательно изучить ключевые слова и понятия изучаемой темы занятия.

К семинарскому и практическому занятию следует готовиться заранее. Для этого необходимо детально изучить план соответствующего занятия, подобрать соответствующую литературу. Желательно по каждому вопросу семинарского или практического занятия сделать небольшой конспект, отразив в нем основные моменты.

В ходе подготовки к семинарскому и практическому занятию студент должен повторить материал лекции по данной теме, изучить рекомендуемую основную и дополнительную литературу. В целях более полного усвоения учебного материала следует также изучить основные термины и вопросы для самоконтроля по данной теме. Подготовка к семинарскому и практическому занятию должна обеспечивать активное участие каждого студента в обсуждении всех вопросов, вынесенных для рассмотрения на каждом занятии, а также умение применять на практике для решения задач рассматриваемые теоретические положения.

С целью наиболее эффективного усвоения учебного материала студенты в процессе самостоятельной работы должны использовать словарь основных терминов курса и вопросы, предназначенные для самоконтроля.

2. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

а) при чтении лекций

Тема 1. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику.

Рекомендации по составлению и доработке конспекта лекций.

При изучении данной темы студенты должны разобраться с основными понятиями, используемыми при изучении данной дисциплины. Необходимо понять предмет курса, цели и задачи курса. Следует рассмотреть структуру, содержание дисциплины и ее взаимосвязь с другими учебными курсами.

Далее углубляются знания о предпосылках возникновения теории вероятностей как математической науки, изучающей закономерности случайных явлений, сущности и условий применимости теории вероятностей. Также нужно уделять внимание математической статистике – разделу математики, изучающему методы сбора, систе-

математизации, обработки и интерпретации результатов наблюдений с целью выявления статистических закономерностей и её взаимосвязи с теорией вероятностей.

Ключевые слова: теория вероятностей, математическая статистика, случайные явления, вероятность события.

Задания для самостоятельной работы:

1. Изучить категориальный аппарат.
2. Доработать материалы лекции.
3. Подготовиться к работе на лекции по теме 2. Повторить вопрос: Элементы теории множеств (учебная дисциплина «Математика»). Быть готовым к обсуждению этого вопроса в ходе лекции.

Формируемые компетенции: ОПК-2.

Тема 2. Основные понятия теории вероятностей.*

Рекомендации по составлению и доработке конспекта лекций

Рассмотрение данной темы необходимо начать с изучения понятий события (как результата испытания), случайного события, достоверного и невозможного событий. Следует уделить внимание рассмотрению определений полной группы событий, несовместных и совместных событий, а также элементарных исходов. Необходимо рассмотреть трактовку вероятности как степени возможности наступления события, классического определения вероятности. Раскройте содержание системы аксиом, предложенной А.Н. Колмогоровым. Рассмотрите алгебру событий (опираясь на теорию множеств). Познакомьтесь с основными формулами комбинаторики и изучите возможность их использования при нахождении вероятности по классической формуле определения вероятностей. Раскройте смысл статистического определения вероятности и геометрических вероятностей.

Ключевые слова: случайное, достоверное, невозможное события, полная группа событий, совместные, несовместные события, элементарные исходы, аксиомы Колмогорова комбинаторика, классическое определение вероятности.

Задания для самостоятельной работы:

1. Изучить категориальный аппарат.
2. Доработать материалы лекции.
3. Подготовиться к работе на семинарах и практических занятиях.
4. Подготовиться к работе на лекции по теме 3. Повторить вопрос о типах комбинаторных соединений (Тема 2). Быть готовым к обсуждению этого вопроса в ходе лекции.

Формируемые компетенции: ОПК-2.

Тема 3. Вероятности сложных событий. Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.

Рекомендации по составлению и доработке конспекта лекций

При рассмотрении данной темы следует уяснить операции над случайными событиями (суммой, произведением) и понятие противоположного события. Кроме того, необходимо изучить теоремы сложения вероятностей несовместных событий, о сумме вероятностей событий, образующих полную группу, и сумме вероятностей противоположных событий. Раскройте понятия принципа практической невозможности маловероятных событий, уровня значимости, условной вероятности. Надо уделить внимание понятиям независимых, попарно независимых событий и незави-

симых в совокупности событиям. Рассмотреть теорему умножения вероятностей, теорему о вероятности появления хотя бы одного из событий, независимых в совокупности. Уяснить теорему о вероятности суммы совместных событий, формулу полной вероятности, формулу Байеса.

При этом нужно разобраться со смыслом повторения испытаний, а также с выводом формулы Бернулли и теоремой Муавра-Лапласа.

Ключевые слова: операции над событиями, противоположное событие, уровень значимости, условная вероятность, события: независимые, попарно независимые, независимые в совокупности, формула полной вероятности, вероятность гипотез, формула Байеса, повторение испытаний, формула Бернулли, теорема Муавра-Лапласа.

Задания для самостоятельной работы:

1. Изучить категориальный аппарат.
2. Доработать материалы лекции.
3. Подготовиться к работе на семинарах и практических занятиях.
4. Подготовиться к работе на лекции по теме 4. Повторить вопрос: формула Бернулли (учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» лекция – тема 3). Быть готовым к обсуждению этого вопроса в ходе лекции.

Формируемые компетенции: ОПК-2.

Тема 4. Дискретные случайные величины (ДСВ). Числовые характеристики ДСВ и их свойства.

Рекомендации по составлению и доработке конспекта лекций

Изучение данной темы необходимо начать с уяснения определения случайной величины и понятия дискретной случайной величины (ДСВ). Подробно следует рассмотреть закон распределения и основные формы задания законов распределения ДСВ. Особое внимание нужно уделять таким понятиям, как многоугольник распределения вероятностей, зависимые и независимые случайные величины. Раскройте сущность математических операций над ДСВ (суммы, разности и произведения), методики записи распределения функции от одной и двух независимых ДСВ. Следует рассмотреть функцию распределения для ДСВ, её геометрическую интерпретацию и общие свойства.

Изучите числовые характеристики ДСВ (определение математического ожидания, его вероятностный смысл, свойства; определение дисперсии, свойства, формулы для вычисления; определение среднеквадратического отклонения).

Необходимо понять суть биномиального и геометрического распределения ДСВ и их использования для построения теоретико-вероятностных моделей реальных социально-экономических явлений. Рассмотрите геометрическое распределение, а также алгоритмы нахождения числовых характеристик этого распределения.

Ключевые слова: дискретная случайная величина, многоугольник распределения, закон распределения ДСВ, математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, биномиальное и геометрическое распределения.

Задания для самостоятельной работы:

1. Изучить категориальный аппарат.
2. Доработать материалы лекции.
3. Подготовиться к работе на семинарах и практических занятиях.
4. Подготовиться к работе на лекции по теме 5. Повторить вопросы: определение случайной величины и функции распределения (учебная дисциплина «Теория

вероятностей и математическая статистика» лекция – тема 4), а также – интегралы (дисциплина «Математика»). Быть готовым к обсуждению этих вопросов на лекции.

Формируемые компетенции: ОПК-2.

Тема 5. Непрерывные случайные величины (НСВ). Основные характеристики НСВ. Основные законы распределения НСВ.

Рекомендации по составлению и доработке конспекта лекций

Главное внимание при изучении данной темы следует сосредоточить на рассмотрении непрерывной случайной величины, её функции распределения, а также алгоритмах нахождения плотности вероятности по заданной функции и наоборот. Необходимо определить понятие равномерно распределенной НСВ и использование их в ряде задач массового обслуживания.

Следует изучить числовые характеристики НСВ, методики расчёта математического ожидания, дисперсии и среднеквадратического отклонения НСВ, а также основные свойства математического ожидания и дисперсии, научиться вычислять числовые характеристики по заданным функции или плотности распределения, характеристики положения – моду и медиану.

Охарактеризуйте нормальное распределение вероятностей НСВ, область применения нормального распределения при моделировании различных явлений в экономике, приведите формулу для расчёта плотности распределения.

Необходимо понять определение показательного распределения НСВ, разобрать алгоритм для вычисления плотности распределения и функции распределения показательного закона. Изучить вывод формул для расчёта математического ожидания и дисперсии, роль показательного закона распределения в теории массового обслуживания и теории надёжности.

Ключевые слова: плотность распределения, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия НСВ, нормальное распределение НСВ.

Задания для самостоятельной работы:

1. Изучить категориальный аппарат.
2. Доработать материалы лекции.
3. Подготовиться к работе на семинарах и практических занятиях.
4. Подготовиться к работе на лекции по теме 6. Повторить вопрос: предел функции (учебная дисциплина «Математика»). Быть готовым к обсуждению этих вопросов на лекции.

Формируемые компетенции: ОПК-2.

Тема 6. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Рекомендации по составлению и доработке конспекта лекций

Рассмотрение данной темы необходимо начать с изучения закона больших чисел в широком и узком смысле. Уясните особенности неравенства Маркова для неотрицательных значений случайной величины и неравенства Чебышева для любых случайных величин. Важно разобрать теорему Чебышева и теорему Бернулли (следствие теоремы Чебышева). Надо обратить внимание на центральную предельную теорему, теорему Ляпунова и их применение.

Ключевые слова: закон больших чисел, неравенство Маркова, неравенство Чебышева, центральная предельная теорема.

Задания для самостоятельной работы:

1. Изучить категориальный аппарат.

2. Доработать материалы лекции.
 3. Подготовиться к семинару.
 4. Подготовиться к работе на лекции по теме 7.
- Формируемые компетенции: ОПК-2.

Тема 7. Элементы математической статистики.

Рекомендации по составлению и доработке конспекта лекций

Ознакомление с данной темой следует начать с рассмотрения задач математической статистики, краткой исторической справки. Изучите общие сведения о выборочном методе, понятие генеральной и выборочной совокупности, репрезентативной выборки. Обратите внимание на суть и необходимость применения выборочного метода, способы отбора объектов, виды выборок, преимущества и задачи выборочного метода. Сформулируйте понятие варианты, вариационного ряда, определение частоты и относительной частоты наблюдений. Рассмотрите статистическое распределение выборки, графическое построение полигона частот и относительных частот по заданному распределению, определение гистограммы частот и гистограммы относительных частот.

Сформулируйте понятие статистической оценки, виды оценок (точечные и интервальные), области их применения в зависимости от объёма выборки. Назовите определение и формулы расчёта генеральной средней, генеральной дисперсии и генерального среднеквадратического отклонения.

Изучите точечные оценки для выборочной средней, выборочной дисперсии, а также понятие интервального оценивания и надёжности оценки.

Ключевые слова: выборочный метод, генеральная, выборочная совокупность, варианта, вариационный ряд, частота наблюдений, относительная частота наблюдений, статистическое распределение выборки, полигон частот и относительных частот, точечные и интервальные оценки.

Задания для самостоятельной работы:

1. Изучить категориальный аппарат.
 2. Доработать материалы лекции.
 3. Подготовиться к практическим занятиям.
 4. Подготовиться к работе на лекции по теме 8.
- Формируемые компетенции: ОПК-2.

Тема 8. Проверка статистических гипотез.

Рекомендации по составлению и доработке конспекта лекций

Сформируйте принципы практической уверенности, определение статистической гипотезы. Охарактеризуйте виды гипотез, общую схему проверки гипотез, статистический критерий. Дайте определение уровня значимости. Изучите теорему Неймана-Пирсона, проверку гипотез о равенстве средних двух и более совокупностей.

Ключевые слова: статистическая гипотеза, уровень значимости, теорема Неймана-Пирсона.

Задания для самостоятельной работы:

1. Изучить категориальный аппарат.
 2. Доработать материалы лекции.
 3. Подготовиться к работе на лекции по теме 9.
- Формируемые компетенции: ОПК-2.

Тема 9. Цепи Маркова.

Рекомендации по составлению и доработке конспекта лекций

Дайте определение цепи Маркова, состояний системы и изменения состояний. Изучите особенности цепей Маркова с дискретным и непрерывным временем, однозначной цепи Маркова. Охарактеризуйте матрицу перехода системы, равенства Маркова. Уясните использование цепей Маркова в моделировании социально-экономических процессов.

Ключевые слова: цепь Маркова, состояние системы, матрица перехода системы, равенства Маркова.

Задания для самостоятельной работы:

1. Изучить категориальный аппарат.
 2. Доработать материалы лекции.
- Формируемые компетенции: ОПК-2.

б) при подготовке к семинарским занятиям

В случае подготовки выступления по теме семинара студенту необходимо проинформировать об этом преподавателя, группу и при необходимости проконсультироваться у преподавателя.

Тема 2. Основные понятия теории вероятностей.*

Основная литература: 1

Дополнительная литература: 1,2.

Тема 2. Основные понятия теории вероятностей.

Основная литература: 1

Дополнительная литература: 1,2

Тема 4. Дискретные случайные величины (ДСВ) Числовые характеристики ДСВ и их свойства.

Основная литература: 1

Дополнительная литература: 1,2

Тема 6. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Основная литература: 1

Дополнительная литература: 1,2.

Тема 9. Цепи Маркова.

Основная литература: 1

Дополнительная литература: 1.

в) задания для практических занятий

Практическое занятие №1.

1. Решение задач на подсчёт числа различных комбинаций с применением формул комбинаторики.

Практическое занятие №2.

1. Решение задач на вычисление вероятностей с использованием формул классического определения вероятности.

2. Задачи для самостоятельной работы студентов.

Практическое занятие №3.

1. Решение задач на вычисление вероятностей с использованием формул классического определения вероятности.
2. Задачи для самостоятельной работы студентов.

Практическое занятие №4.

1. Решение задач на нахождение вероятностей по схеме Бернулли и с применением теоремы Муавра-Лапласа.

Практическое занятие №5.

1. Решение задач на формулы полной вероятности и формулы Байеса для вычисления вероятностей гипотез.

Практическое занятие №6.

1. Решение задач на запись закона распределения ДСВ и построение графика функции распределения.

Практическое занятие №7.

1. Вычисление числовых характеристик ДСВ и функции от ДСВ с использованием свойств математического ожидания и дисперсии.
2. Задания для самостоятельной работы студентов.

Практическое занятие №8.

1. Вычисление функции распределения по заданной плотности распределения.
2. Вычисление плотности распределения по заданной функции распределения.
3. Нахождение числовых характеристик НСВ.
4. Задания для самостоятельной работы студентов.

Практическое занятие №9.

1. Вычисление функции распределения и вероятности попадания в заданный интервал нормальной случайной величины по заданной плотности распределения.
2. Вычисление числовых характеристик и вероятности попадания в интервал случайной величины, распределенной показательственно.
3. Задания для самостоятельной работы студентов.

Практическое занятие №10.

1. Построение по заданной выборке полигона частот, относительных частот, гистограмм.
2. Задания для самостоятельной работы студентов.

Практическое занятие №11.

1. Расчёт по заданной выборке её числовых характеристик.
2. Задания для самостоятельной работы студентов.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЗАЧЕТУ

К зачету необходимо готовится целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине.

В самом начале изучения дисциплины познакомьтесь со следующей учебно-методической документацией:

- программой по дисциплине,
- перечень компетенций, которыми обучающийся должен владеть,
- учебно-тематическим планом дисциплины,
- контрольными мероприятиями,
- учебником, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами.
- перечнем вопросов к зачету с оценкой.

Систематическое выполнение учебной работы на занятиях лекционного и семинарского типа позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для сдачи зачета.

4. СЛОВАРЬ ОСНОВНЫХ ТЕРМИНОВ

Асимметрия - отношение центрального момента третьего порядка к кубу среднеквадратического отклонения.

Бесповторная выборка - выборка, при которой отобранный объект после проведения обследований не возвращается в генеральную совокупность.

Вероятность - это отношение числа благоприятных исходов к общему числу исходов при равенстве событийной ценности (веса) исходов.

Внутригрупповая дисперсия - средняя арифметическая групповых дисперсий, взвешенная по объемам групп.

Выборка - совокупность случайно отобранных из изучаемой совокупности объектов (генеральной выборки).

Выборочное среднее - частное от деления суммы значений всех элементов выборки на число элементов выборки

Гистограмма - ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы длиной h , а высоты n .

Групповая дисперсия - дисперсия значений признака, принадлежащих группе, относительно групповой средней.

Групповая средняя - среднее арифметическое значений признака, принадлежащих группе.

Двумерная случайная величина - величина, имеющая два аргумента.

Дискретная случайная величина - величина, принимающая отдельные значения с определенными вероятностями.

Дисперсия случайной величины - математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

Доверительный интервал - интервал, который покрывает неизвестный параметр x с заданной надежностью (вероятностью) p . Доверительный интервал обладает тем свойством, что, во-первых, его границы вычисляются исключительно по выборке (и, следовательно, не зависят от неизвестного параметра), и, во-вторых, он накрывает неизвестный параметр с вероятностью p

Достоверное событие - событие, которое обязательно произойдет, если будет осуществлена определенная совокупность условий.

Закон распределения случайной величины - соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями.

Интервальная оценка - оценка, которая определяется концами интервала.

Конкурирующая гипотеза - гипотеза противоречащая основной.

Корреляционная зависимость - зависимость, при которой при изменении одной из величин изменяется среднее значение другой.

Корреляционный момент - характеристика связи между двумя случайными величинами.

Коэффициент вариации - выраженное в процентах отношение выборочного среднеквадратического отклонения к выборочной средней.

Коэффициент корреляции - отношение ковариации к произведению среднеквадратических отклонений двух случайных величин.

Критерий Стьюдента - направлен на оценку различий величин средних и двух выборок X и Y , которые распределены по нормальному закону. Одним из главных достоинств критерия является широта его применения. Он может быть использован для сопоставления средних у связанных и несвязанных выборок, причем выборки могут быть не равны по величине.

Критическая область - совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу отвергают.

Математическое ожидание - число, относительно которого стабилизируется среднее арифметическое возможных значений случайной величины при достаточно большом количестве испытаний.

Межгрупповая дисперсия - дисперсия групповых средних относительно общей средней.

Метод наименьших квадратов - Задача заключается в нахождении коэффициентов функциональной зависимости исследуемых переменных величин, при которых обеспечивается минимальная дисперсия разницы выборочных значений и функции, которой аппроксимируют стохастическую зависимость исследуемых переменных. То есть, при данных a и b сумма квадратов отклонений экспериментальных данных от найденной прямой будет наименьшей.

Мода - варианта ряда, которая имеет наибольшую частоту.

Моменты случайных величин - характеристики случайных величин, определяющие математическое ожидание k -й степени отклонения случайной величины.

Непрерывная случайная величина - величина, принимающая значения, сколь угодно мало отличающиеся друг от друга.

Несмещенная оценка - оценка x , математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру x .

Нулевая гипотеза - основная выдвинутая гипотеза.

Общая дисперсия - дисперсия значений признака всей совокупности относительно общей средней.

Плотность распределения вероятностей - вероятность того, что непрерывная случайная величина примет значение на указанном интервале.

Повторная выборка - выборка, при которой отобранный объект возвращается после проведения обследования обратно в генеральную совокупность.

Полигон частот - ломаная линия, отрезки которой соединяют точки (x_1, n_1) .

Производящая функция - функция, определяющая вероятность наступления события при различных вероятностях появления в каждом испытании.

Размах варьирования R - разность между наибольшей и наименьшей вариантой.

Регрессия - представление одной случайной величины как функции другой.

Случайная величина - величина, которая в результате испытания примет одно и только одно значение до опыта неизвестно какое.

Состоятельная оценка - оценка, которая при $n > n_0$ стремится по вероятности к оцениваемому параметру.

Статистическая гипотеза - гипотеза о виде неизвестного распределения, или параметрах неизвестного распределения.

Статистический критерий - случайная величина, служащая для проверки нулевой гипотезы.

Статистическое распределение выборки - перечень вариантов и соответствующих им частот или относительных частот.

Стохастическая зависимость - зависимость, при которой изменение одной из величин влечет изменение другой.

Теорема Лапласа - определение вероятности наступления события в k измерениях из n (при больших k и n).

Теория вероятностей - наука, изучающая общие закономерности случайных явлений массового характера.

Точечная оценка - оценка, которая определяется одним числом.

Условная вероятность - вероятность наступления интересующего нас события, связанная с дополнительными условиями.

Формула Байеса - определение апостериорной (послеопытной) вероятности на основе априорной (доопытной) на основе проведения эксперимента.

Формула Бернулли - определение вероятности наступления события в измерениях из n .

Функция распределения - функция, определяющая вероятность того, что X примет значение меньше x .

Характеристики положения - характеристики, определяющие наиболее возможные значения случайной величины.

Характеристики рассеивания - характеристики, определяющие разброс возможных значений случайной величины.

Центральная предельная теорема - теорема, доказывающая, что суммирование большого числа случайных величин с различными законами распределения приводит в итоге к нормальному распределению.

Эксцесс распределения - мера островершинности распределения, величина, определяемая отношением центрального момента четвертого порядка к четвертой степени среднего квадратического отклонения за вычетом тройки. Эксцесс показывает, как быстро уменьшается плотность распределения вблизи её максимального значения. Для нормального распределения Гаусса эксцесс равен нулю.

Эффективная оценка - такая оценка, которая при заданном объеме выборки n имеет наименьшую возможную дисперсию.