

# **АНО ВО «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ БИЗНЕСА»**

## **Рабочая программа дисциплины (модуля) Б1.О.08 «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»**

<b>Направление подготовки</b>	<i>38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата)</i>
<b>Направленность (профиль) программы</b>	<i>Финансы и кредит</i>
<b>Формы обучения</b>	<i>очная, очно-заочная</i>

*Автор-составитель:  
ст. преподаватель Чернова Т.М.*

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.08.2020 № 954)

Рецензент: Ровенская О.С., к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной информатики АНО ВО «Московский гуманитарный университет».

Рабочая программа дисциплины (модуля) утверждена на кафедре информатики, прикладной математики и естественнонаучных дисциплин АНО ВО «Национальный институт бизнеса».

Протокол №9 от 29.06.2022 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля) согласована в рамках основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, направленность (профиль) программы Финансы и кредит с ПАО «Сбербанк», АО «Инвестиционная компания «ФИНАМ».

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи дисциплины (модуля).....	3
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО.....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	5
4. Структура и содержание дисциплины (модуля).....	6
4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся.....	6
4.2 Учебно-тематический план дисциплины (модуля) .....	7
5. Содержание дисциплины (модуля).....	8
6. Планы занятий семинарского типа.....	9
7. Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю).....	20
8. Фонд оценочных средств по изучению дисциплины (модуля).....	20
9. Особенности обучения лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	28
10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля) .....	28
11. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).....	29

### Приложения к рабочей программе дисциплины (модуля)

Приложение 1. Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)

Приложение 2. Содержание фонда оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)

## 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Образовательная цель изучения дисциплины «Линейная алгебра» - подготовка обучающихся по основам математических знаний, формирование у обучающихся культуры математического мышления, навыков логического рассуждения и математической аргументации, умения использовать на практике математические методы решения различных экономических, финансовых и управленческих задач.

Содержание дисциплины «Линейная алгебра» составляет математический аппарат, используемый в области математической логики, линейной алгебры, математического анализа, экономико-математических методов исследования, эффективные способы и приемы использования данного аппарата для решения различных практических задач, способствовать формированию общепрофессиональной компетенции.

Задачи дисциплины:

- изучение базовых математических понятий и определений в области линейной алгебры и математического анализа;
- ознакомление с основными теоремами, методами математических доказательств и логических построений;
- формирование представлений о математическом мышлении, индукции, дедукции, принципах математических рассуждений и доказательств, методологии научной работы;
- овладение современными методами реализации математических моделей в социально-экономической, управленческой и финансовых областях профессиональной деятельности.

Воспитательная цель дисциплины – создание условий для активной жизнедеятельности обучающихся, их гражданского самоопределения, профессионального становления и индивидуально-личностной самореализации в созидательной деятельности для удовлетворения потребностей в нравственном, культурном, интеллектуальном, социальном и профессиональном развитии.

Достижению поставленной цели воспитания обучающихся способствует решение следующих задач:

- развитие мировоззрения и актуализация системы базовых ценностей личности;
- приобщение обучающихся к общечеловеческим нормам морали, национальным устоям и академическим традициям;
- воспитание уважения к закону, нормам коллективной жизни, развитие гражданской и социальной ответственности;
- воспитание положительного отношения к труду, воспитание социально значимой целеустремленности и ответственности в деловых отношениях;
- обеспечение развития личности и ее социально-психологической поддержки, формирование личностных качеств, необходимых для эффективной профессиональной деятельности;
- выявление и поддержка талантливой обучающихся, формирование организаторских навыков, творческого потенциала, вовлечение обучающихся в процессы саморазвития и самореализации;
- формирование культуры и этики профессионального общения;
- воспитание внутренней потребности личности в здоровом образе жизни, ответственного отношения к природной и социокультурной среде;
- повышение уровня культуры безопасного поведения;
- развитие личностных качеств и установок, социальных навыков и управленческими способностями.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

Дисциплина Б1.О.08 «Линейная алгебра» относится к Блоку 1. Дисциплины (модули) (обязательная часть).

2.1 Изучение данной дисциплины проходит на основе освоения дисциплины школьной программы «Алгебра».

2.2 Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходима для дальнейшего освоения математических и статистических методов в экономике и управлении.

На данную дисциплину опираются такие предметы как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимальных решений» и др.

### 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенций	Знания, умения, владения
<p>УК.1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК.1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.</p> <p>УК.1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p> <p>УК.1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p>знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Основные логические операции и методы упрощения логических выражений</li> <li>- Исчисление Высказываний. Предикаты.</li> <li>- базовые понятия линейной алгебры</li> <li>- методы решения систем линейных алгебраических уравнений</li> <li>- терминологию и основные понятия и методы, используемые в линейной алгебре</li> <li>- принципы проведения теоретического исследования проблем линейной алгебры</li> </ul> <p>уметь</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- строить сложные логические выражения</li> <li>- разбираться в логических схемах</li> <li>- решать задачи вычислительного и теоретического характера в области линейной алгебры</li> <li>- логически корректно применять математические методы при решении задач</li> <li>- строить корректно обоснованные математические модели профессиональных задач</li> <li>- применять математические методы при решении задач линейной алгебры и верифицировать полученные результаты</li> </ul> <p>владеть</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами построения и упрощения логических выражений</li> <li>- методами построения функциональных схем</li> <li>- навыками решения типовых задач, используя методы линейной алгебры</li> <li>- основными методами формулирования практических задач в терминах линейной алгебры</li> <li>- навыками практического использования математического аппарата линейной алгебры для решения конкретных задач</li> <li>- навыками интерпретации полученных результатов построения математических моделей</li> </ul>

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

##### 4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины «Линейная алгебра» составляет 144 часа (4 зачетных единицы).

###### Для очной формы обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1, час.
<b>Контактная работа</b>	<b>50,3</b>	<b>50,3</b>
Занятия лекционного типа	24	24
Занятия семинарского типа	24	24
Консультация	2	2
Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>66,7</b>	<b>66,7</b>
Контроль	27	27
Форма промежуточной аттестации		экзамен

###### Для очно-заочной формы обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1, час.
<b>Контактная работа</b>	<b>26,3</b>	<b>26,3</b>
Занятия лекционного типа	12	12
Занятия семинарского типа	12	12
Консультация	2	2
Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>108,7</b>	<b>108,7</b>
Контроль	9	9
Форма промежуточной аттестации		экзамен

## 4.2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) (очная форма обучения)

	Наименование тем	Всего	Контактная работа, час			Сам. работа	Компегтенция
			Все-го	Лек-ции	Практ. занятия		
1.	Матрицы и определители	24	10	4*	6/4*	14	УК.1
2.	Системы линейных уравнений	23	12	6*	6/4*	11	УК.1
3.	Линейные пространства	23	12	6	6	11	УК.1
4.	Комплексные числа	20	4	2	2	16	УК.1
5.	Экономико-математические методы	24,7	10	6*	4*	14,7	УК.1
	Консультация	2	2				
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3				
	Контроль	27					
	<b>Итого часов</b>	<b>144</b>	<b>50,3</b>	<b>24/16*</b>	<b>24/12*</b>	<b>66,7</b>	

## УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) (очно-заочная форма обучения)

	Наименование тем	Всего	Контактная работа, час			Сам. работа	Компегтенция
			Все-го	Лек-ции	Практ. занятия		
1.	Матрицы и определители	19	6	2*	4*	13	УК.1
2.	Системы линейных уравнений	18,7	4	2*	2*	14,7	УК.1
3.	Линейные пространства	32	4	2	2	28	УК.1
4.	Комплексные числа	34	4	2	2	30	УК.1
5.	Экономико-математические методы	29	6	4*	2*	23	УК.1
	Консультация	2	2				
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3				
	Контроль	9					
	<b>Итого часов</b>	<b>144</b>	<b>26,3</b>	<b>12/8*</b>	<b>12/8*</b>	<b>108,7</b>	

**Примечание:** знаком\* выделены темы, по которым проводятся активные и интерактивные занятия.

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Линейная алгебра

#### Тема 1. Матрицы и определители

Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матриц. Умножение матриц. Элементарные преобразования матриц. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителей. Обратная матрица и способы ее вычисления. Ранг матрицы.

\*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: постановка проблем (проблемная лекция), с предложением поучаствовать в обосновании ответа студентами; визуализация лекционного материала; использование обратной связи со студентами в процессе разбора примеров, иллюстрирующих технику решения задач в рамках излагаемого материала.

#### Тема 2. Системы линейных уравнений

Основные понятия, определения и формы записи системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Условие Кронекера-Капелли совместности СЛАУ. Нахождение решения СЛАУ по формулам Крамера. Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Решение СЛАУ методом Гаусса. Общее решение произвольной СЛАУ.

\*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: постановка проблем (проблемная лекция), с предложением поучаствовать в обосновании ответа студентами; визуализация лекционного материала; использование техники обратной связи со студентами в процессе решения задач.

#### Тема 3. Линейные пространства

Определение, свойства и примеры линейных пространств. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис линейного пространства. Операции в координатной форме. Преобразование координат при замене базиса. Линейные преобразования. Скалярное произведение векторов. Евклидовы пространства. Нормированные пространства. Угол между векторами. Элементы аналитической геометрии. Различные формы уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Уравнение плоскости.

#### Тема 4. Комплексные числа

Понятие, геометрическое представление и формы записи комплексных чисел. Основные операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.

#### Тема 5. Экономико-математические методы

Выпуклые множества и их свойства. Постановка задач линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования. Понятие симплекс-метода. Элементы теории двойственности. Транспортная задача. Понятие о целочисленном программировании и методах решения соответствующих задач.

\*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: лекция-беседа, с применением псевдиалога, диалога и полилога;



## 6. ПЛАНЫ ЗАНЯТИЙ СЕМИНАРСКОГО ТИПА для очной формы обучения

### Практическое занятие 1 (тема 1)

1. Повторение материала темы.
2. Заданы матрицы  $A$  и  $B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

- а)  $A+B$ ; б)  $A^T B$ ; в)  $A+B^T$ ; г)  $A \cdot B$ ; д)  $AB^T$ ; е)  $A^T + B^T$ ; ж)  $A^T - B$ ; з)  $A^T B^T$ ;
- к) Найти матрицу  $C = 6A - 3B$  и матрицу  $D = A^T + B^T$ ;

3. Задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы  $A^3$  и  $A^2 - A$

4. Вычислить определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

### Практическое занятие 2 (тема 1)

1. Решить уравнения

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

2. Найти ранги матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Привести матрицы к ступенчатому виду

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 8 \\ 1 & -6 & 1 \\ 7 & -2 & 15 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Найти максимальное число линейно независимых строк матриц, приведенных в п.1.

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

### Практическое занятие 3 (тема 1)

1. Найти матрицы, обратные заданным матрицам  $A$  и  $B$ , построением присоединенной матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 3 & 8 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

2. Найти матрицы, обратные заданным выше матрицам  $A$  и  $B$ , методом элементарного преобразования строк

3. Заданы матрицы

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 3 & 8 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

Найти собственные значения и собственные векторы матриц

### Практическое занятие 4 (тема 2)

1. Повторение материала темы.

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 = -6 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 6x + 5y + 4z = -2 \\ 9x + 8y + 7z = 3 \end{cases}$$

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

### Практическое занятие 5 (тема 2)

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

Решить систему уравнений методом LU-разложения, сравнить трудоемкость вычислительных процедур.

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективное обсуждение результатов выполненного исследования с анализом выявленных типичных ошибок; проверка знаний в форме тестирования.

### Практическое занятие 6 (тема 2)

1. Решить системы уравнений относительно параметра  $a$

$$\begin{cases} (1+a)x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + (1+a)x_2 + x_3 = a \\ x_1 + x_2 + (1+a)x_3 = a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + ax_4 = 1 \end{cases}$$

2. Найти общее решение систем уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 6x_1 - 8x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 8x_1 + 9x_2 + 9x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

### 3. Найти общее решение систем уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 19x_2 - 3x_3 + 25x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 13x_3 + x_4 + 16x_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 15x_1 + 61x_2 - 2x_3 + 17x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 23x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ -7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 52x_4 + 6x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

4. Найти решение систем уравнений с матрицами специального вида (трехдиагональными). Сравнить прямой метод Гаусса и метод прогонки

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 0x_3 + 0x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 0x_4 = 1 \\ 0x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 0x_1 + 0x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 0x_3 - 0x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 = 8 \\ 0x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20 \\ 0x_1 - 0x_2 + x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases}$$

### Практическое занятие 7 (тема 3)

1. Повторение материала темы.

2. Является ли система векторов  $a_1, a_2, a_3$  линейно независимой

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Если система векторов  $a_1, a_2, a_3$  является линейно независимой, то выразить нижеприведенный вектор  $x$  в базисе данных векторов

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор  $x$  трехмерного линейного пространства в вектор  $y$ , причем

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{а) } y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } y = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор  $x$  двумерного линейного пространства в вектор  $y$  по следующему правилу:

а) Симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = -x_2$ .

б) Симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно начала координат.

в) Удвоение значения первой координаты, а затем симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = 0$ .

г) Симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно прямой  $x_2 = 0$ .

### Практическое занятие 8 (тема 3)

1. Определить косинус угла между векторами  $a_1$  и  $a_2$ , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}; \text{ б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

2. Написать уравнения касательных к параболе  $y = x^2$ , проходящих через заданную точку плоскости  $M(4,7)$ . Составить уравнения нормалей к касательным, построенных в указанной точке  $M$ .

3. Дана прямая  $2x+5y-1=0$ . Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-1,3)$ : а) параллельно данной прямой; б) перпендикулярно данной прямой.

4. Через вершины треугольника  $A(-1,2)$ ,  $B(3,-1)$  и  $C(0,4)$  проведены прямые параллельно противоположным сторонам. Составить их уравнения.

### Практическое занятие 9 (тема 3)

1. Две стороны квадрата лежат на прямых  $3x+4y+22=0$ ,  $3x+4y-13=0$ . Вычислить площадь квадрата.

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x-3y+5=0$ ,  $3x+y-7=0$  перпендикулярно к прямой  $y=2x$ .

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин  $A(1,2)$ ,  $B(3,8)$ ,  $C(6,1)$ .

4. Составить уравнения плоскости, проходящей через точку  $M(4, -4, 2)$  и параллельной плоскостям:  $xOz$ ,  $xOy$ ,  $yOz$ .

5. Плоскость проходит через ось  $Oz$  и образует с плоскостью  $2x+y-\sqrt{5}z=0$  угол  $\pi/3$ . Составить ее уравнение.

6. Найти уравнение нормали, проходящей через начало координат, к плоскости  $2x+y-3z-6=0$ . Написать уравнение плоскости в виде уравнения плоскости, проходящей через точку ее пересечения с указанной нормалью.

## Практическое занятие 10 (тема 4)

1. Повторение материала темы.
2. Заданы комплексные числа

$$z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } z_2 = \sqrt{3} + i.$$

а) Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}.$$

б) Записать комплексные числа в тригонометрической и экспоненциальной формах.

Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}, \quad z_1^4, \quad z_2^{10}, \quad \sqrt[3]{z_2}.$$

3. Найти все значения  $\sqrt[4]{-1}$ ,  $\sqrt[4]{16}$ .

4. Вычислить

$$(2 + i\sqrt{12})^5, \quad \frac{(-1 + i\sqrt{3})^{50}}{(1 - i)^{100}}, \quad \left(1 + \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)^6.$$

5. Решить уравнения

$$x^6 - 64 = 0, \quad x^8 + 3^8 = 0.$$

## Практическое занятие 11 (тема 5)

1. Повторение материала темы.
2. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ x_2 - 3 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2 \geq 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ 3x_2 - 9 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 7x_2 - 8 \leq 0 \\ 5x_2 - 2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
- 2) Найти решение задачи графическим методом.

1. Автотранспортное предприятие проводит закупку автобусов двух типов А и Б в количестве не более М машин, которые должны обеспечить одновременную перевозку не менее N пассажиров. Стоимость автобуса типа А -  $s_A$  тыс. рублей, стоимость автобуса типа Б -  $s_B$  тыс. рублей. Количество пассажиров, которое может разместиться в одном автобусе типов А и Б, равно  $n_A$  и  $n_B$ , соответственно. Сколько надо закупить автобусов каждого

типа, чтобы минимизировать расходы?

$M=20$ ;  $N = 1500$ ;  $s_A=800$ ;  $s_B=300$ ;  $n_A = 100$ ;  $n_B=60$ .

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

### Практическое занятие 12 (тема 5)

В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
- 2) Найти решение задачи графическим методом.

В ходе выборов кандидата для достижения успеха необходимо охватить теле- и радиорекламой не менее  $N$  тысяч человек (с повтором). Известно, что одна 30-секундная телереклама будет просмотрена  $n$  тысячами избирателей, одна 30-секундная радиореклама будет услышана  $m$  тысячами избирателей. Стоимость трансляции одного телефрагмента составляет 500\$, а одного радиофрагмента - 100\$. Всего планируется занять не менее  $t$  минут эфирного времени. Сколько теле- и радиофрагментов следует транслировать, чтобы минимизировать расходы.

$N=720$ ,  $n=24$ ,  $m=4$ ,  $t=40$ .

В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
- 2) Найти решение задачи графическим методом.

При откорме кроликов можно использовать корм с высоким содержанием белка по цене 0.8 у.ед./кг или более дешевый корм по цене 0.4 у.ед./кг. Килограмм дорогого корма дает 125 г белка и 4500 калорий, а дешевого – 50 г белка и 7500 калорий. Одному кролику в неделю требуется не менее 100 г белка и 4500 калорий. Найти самую дешевую смесь кормов, удовлетворяющих требованиям питательности.

3) Сформулирована следующая транспортная задача линейного программирования.

Пусть имеется:

- три пункта отправления – города  $A_1, A_2, A_3$ , в которых сосредоточены запасы некоторого товара соответственно в количестве  $a_1 = 10, a_2 = 20, a_3 = 30$ ;

- три пункта назначения – города  $B_1, B_2, B_3$ , в которых сосредоточены потребители товара, желающие получить его в количестве  $b_1 = 10, b_2 = 10, b_3 = 40$ ;

- сумма заявок всех городов – потребителей товара равна суммарному количеству товара, имеющегося в городах – поставщиках товара, т.е.

$$a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3 = 60.$$

- известна стоимость перевозки одной единицы товара из пункта отправления  $A_i$  в пункт назначения  $B_j$ , т.е. задана матрица стоимостей перевозок

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 50 \\ 40 & 60 & 90 \\ 30 & 80 & 70 \end{pmatrix}$$

Требуется составить такой план перевозок, при котором весь имеющийся запас товара будет вывезен из городов- поставщиков товара, все заявки городов – потребителей удовлетворены, а стоимость перевозок всего товара, который перевозит-

ся от поставщиков к потребителям, будет минимальной.

Дать математическую формулировку задачи.

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

### для очно-заочной формы обучения

#### Практическое занятие 1,2 (тема 1)

1. Повторение материала темы.

2. Заданы матрицы  $A$  и  $B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

а)  $A+B$ ; б)  $A^T B$ ; в)  $A+B^T$ ; г)  $A \cdot B$ ; д)  $AB^T$ ; е)  $A^T + B^T$ ; ж)  $A^T - B$ ; з)  $A^T B^T$ ;

к) Найти матрицу  $C=6A-3B$  и матрицу  $D=A^T+B^T$ ;

3. Задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы  $A^3$  и  $A^2 - A$

4. Вычислить определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Решить уравнения

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

6. Найти ранги матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.



### Практическое занятие 3 (тема 2)

1. Повторение материала темы.
2. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 = -6 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 6x + 5y + 4z = -2 \\ 9x + 8y + 7z = 3 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

**\*Примечание:** занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

### Практическое занятие 4 (тема 3)

1. Повторение материала темы.
2. Является ли система векторов  $a_1, a_2, a_3$  линейно независимой

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Если система векторов  $a_1, a_2, a_3$  является линейно независимой, то выразить нижеприведенный вектор  $x$  в базисе данных векторов

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор  $x$  трехмерного линейного пространства в вектор  $y$ , причем

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{а) } y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } y = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор  $x$  двумерного линейного пространства в вектор  $y$  по следующему правилу:

а) Симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = -x_2$ .

б) Симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно начала координат.

в) Удвоение значения первой координаты, а затем симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = 0$ .

г) Симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно прямой  $x_2 = 0$ .

5. Определить косинус угла между векторами  $a_1$  и  $a_2$ , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}; \text{ б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

6. Написать уравнения касательных к параболе  $y = x^2$ , проходящих через заданную точку плоскости  $M(4,7)$ . Составить уравнения нормалей к касательным, построенных в указанной точке  $M$ .

7. Дана прямая  $2x+5y-1=0$ . Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-1,3)$ : а) параллельно данной прямой; б) перпендикулярно данной прямой.

8. Через вершины треугольника  $A(-1,2)$ ,  $B(3,-1)$  и  $C(0,4)$  проведены прямые параллельно противоположным сторонам. Составить их уравнения.

### Практическое занятие 5 (тема 4)

1. Повторение материала темы.

2. Заданы комплексные числа

$$z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } z_2 = \sqrt{3} + i.$$

а) Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}.$$

б) Записать комплексные числа в тригонометрической и экспоненциальной формах.

Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}, z_1^4, z_2^{10}, \sqrt[3]{z_2}.$$

3. Найти все значения  $\sqrt[4]{-1}$ ,  $\sqrt[4]{16}$ .

4. Вычислить

$$(2 + i\sqrt{12})^5, \quad \frac{(-1 + i\sqrt{3})^{50}}{(1 - i)^{100}}, \quad \left(1 + \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)^6.$$

5. Решить уравнения

$$x^6 - 64 = 0, \quad x^8 + 3^8 = 0.$$

### Практическое занятие 6 (тема 5)

1. Повторение материала темы.

2. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ x_2 - 3 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2 \geq 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ 3x_2 - 9 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 7x_2 - 8 \leq 0 \\ 5x_2 - 2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

3. В указанной ниже задаче требуется

1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.

2) Найти решение задачи графическим методом.

Автотранспортное предприятие проводит закупку автобусов двух типов А и Б в количестве не более М машин, которые должны обеспечить одновременную перевозку не менее N пассажиров. Стоимость автобуса типа А -  $s_A$  тыс. рублей, стоимость автобуса типа Б -  $s_B$  тыс. рублей. Количество пассажиров, которое может разместиться в одном автобусе типов А и Б, равно  $n_A$  и  $n_B$ , соответственно. Сколько надо закупить автобусов каждого типа, чтобы минимизировать расходы?

$$M=20; N = 1500; s_A=800; s_B=300; n_A = 100; n_B=60.$$

4. В указанной ниже задаче требуется

1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.

2) Найти решение задачи графическим методом.

В ходе выборов кандидата для достижения успеха необходимо охватить теле- и радиорекламой не менее N тысяч человек (с повтором). Известно, что одна 30-секундная телереклама будет просмотрена n тысячами избирателей, одна 30-секундная радиореклама будет услышана m тысячами избирателей. Стоимость трансляции одного телефрагмента составляет 500\$, а одного радиофрагмента - 100\$. Всего планируется занять не менее t минут эфирного времени. Сколько теле- и радиофрагментов следует транслировать, чтобы минимизировать расходы.

$$N=720, n=24, m=4, t=40.$$

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

## **7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Приложение 1 Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)

## **8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

### **Карта фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)**

<b>№ п/п</b>	<b>Темы по учебно-тематическому плану</b>	<b>Оценочные средства</b>
1	Матрицы и определители	Тест 1,2. Задача 1 Вопросы к экзамену 1-4 Текущий контроль
2	Системы линейных уравнений	Тест 3-5 Задача 2 Вопросы к экзамену 5-9 Текущий контроль
3	Линейные пространства	Тест 6,7 Вопросы к экзамену 10-14 Текущий контроль
4	Комплексные числа	Тест 8,9 Вопросы к экзамену 15-19 Текущий контроль
5	Экономико-математические методы	Тест 10,11 Задача 3 Вопросы к экзамену 20-25 Текущий контроль

### **Фонд оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)**

Приложение 2 Содержание фонда оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)

### **Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**Задания на проверку сформированности первого компонента компетенций – «Знать»**

Ответьте на вопросы теста.

№	Вопрос
1	<p>Определитель <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 4a - 1 \end{vmatrix} = 0</math> при <math>a</math> равном ...</p> <p>Варианты ответов: 1) 2; 2) 1; 3) 0; 4) 0.25</p>
2	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 3 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> и <math>B = \begin{pmatrix} -3 &amp; 2 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Тогда произведение матриц <math>A \cdot B</math> равно ...</p> <p>Варианты ответов: 1) <math>\begin{pmatrix} -2 &amp; 3 \\ 12 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>; 2) <math>\begin{pmatrix} -9 &amp; 6 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>; 3) <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 0 \\ 12 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>; 4) <math>\begin{pmatrix} -2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 \end{pmatrix}</math></p>
3	<p>Ранг матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 3 &amp; -4 \\ 0 &amp; 9 &amp; -12 \\ 4 &amp; 4 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> равен ...</p> <p>Варианты ответов: 1) 3; 2) 0; 3) 1; 4) 2.</p>
4	<p>Собственные значения матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; 3 \\ 1 &amp; 4 \end{pmatrix}</math> могут быть найдены по формуле ...</p> <p>Варианты ответов:</p> <p>1) <math>\begin{vmatrix} 2 - \lambda &amp; 3 \\ 1 &amp; 4 - \lambda \end{vmatrix} = 0</math>; 2) <math>\begin{vmatrix} 2 + \lambda &amp; 3 \\ 1 &amp; 4 + \lambda \end{vmatrix} = 0</math>; 3) <math>\begin{vmatrix} 2 &amp; 3 - \lambda \\ 1 - \lambda &amp; 4 \end{vmatrix} = 0</math>; 4) <math>\begin{vmatrix} 2 &amp; 3 + \lambda \\ 1 + \lambda &amp; 4 \end{vmatrix}</math></p>
5	<p>Если <math>(x, y)</math> – решение системы линейных уравнений <math>\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 5y = 2 \end{cases}</math>, то <math>x</math> можно определить по формуле ...</p> <p>Варианты ответов: 1) <math>x = \frac{\begin{vmatrix} 3 &amp; 1 \\ 2 &amp; -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 &amp; 1 \\ 2 &amp; -5 \end{vmatrix}}</math>; 2) <math>x = \frac{\begin{vmatrix} 1 &amp; 4 \\ -5 &amp; 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 &amp; 1 \\ 2 &amp; -5 \end{vmatrix}}</math>; 3) <math>x = \frac{\begin{vmatrix} 4 &amp; 1 \\ 2 &amp; -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 &amp; 1 \\ 2 &amp; -5 \end{vmatrix}}</math>;</p>

	$4) x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \\ 4 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}}.$
6	<p>1.1 Даны матрицы: <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 4 \\ 3 &amp; 2 \\ 5 &amp; 7 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 6 &amp; 3 \\ 3 &amp; 1 \\ 4 &amp; 7 \end{pmatrix}</math>. Найдите матрицу</p> $A = B + 3C.$ <p>1) <math>A = \begin{pmatrix} 19 &amp; 13 \\ 13 &amp; 4 \\ 16 &amp; 28 \end{pmatrix}</math></p> <p>2) <math>A = \begin{pmatrix} 19 &amp; 13 \\ 12 &amp; 5 \\ 17 &amp; 28 \end{pmatrix}</math></p> <p>3) <math>A = \begin{pmatrix} 19 &amp; 13 \\ 13 &amp; 5 \\ 17 &amp; 28 \end{pmatrix}</math></p>
7	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 3 \\ 2 &amp; 4 \\ 1 &amp; 4 \end{pmatrix}</math> <math>B = \begin{pmatrix} 5 &amp; 1 &amp; 2 \\ 2 &amp; 4 &amp; 5 \end{pmatrix}</math>. Найдите элемент <math>c_{23}</math> матрицы <math>C = A \cdot B</math></p> <p>1) 17 2) 24 3) 18</p>
8	<p>Найдите <math>\det A</math>, если <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 4 \\ 1 &amp; 3 &amp; 1 \\ 2 &amp; 4 &amp; 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>1) 5 2) 20 3) -8</p>

9	<p>Разложите определитель <math>\begin{vmatrix} 3 &amp; -2 &amp; 1 \\ 2\lambda &amp; 2 &amp; \beta \\ 0 &amp; 0 &amp; \alpha \end{vmatrix}</math> по элементам третьей строки.</p> <p>1) <math>\begin{vmatrix} 3 &amp; -2 \\ 2\lambda &amp; 2 \end{vmatrix}</math></p> <p>2) <math>-\begin{vmatrix} 3 &amp; -2 \\ 2\lambda &amp; 2 \end{vmatrix}</math></p> <p>3) <math>-\alpha \cdot \begin{vmatrix} 3 &amp; -2 \\ 2\lambda &amp; 2 \end{vmatrix}</math></p> <p>4) <math>\alpha \cdot \begin{vmatrix} 3 &amp; -2 \\ 2\lambda &amp; 2 \end{vmatrix}</math></p>
10	<p>Чему равен ранг матрицы <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; -2 &amp; 3 \\ 2 &amp; -4 &amp; 6 \\ 3 &amp; -6 &amp; 9 \end{pmatrix}</math></p> <p>1) 1</p> <p>2) 2</p> <p>3) 3</p>

### Перечень вопросов к экзамену по дисциплине (модулю)

1. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц.
2. Транспонирование матриц. Умножение матриц.
3. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителей.
4. Обратная матрица и способы ее вычисления.
5. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
6. Собственные векторы и собственные значения матрицы, свойства собственных векторов матрицы.
7. Основные понятия, определения и формы записи системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Условие Кронекера-Капелли совместности СЛАУ.
8. Нахождение решения системы линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера.
9. Запись и решение СЛАУ в матричном виде.
10. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
11. Общее решение произвольной системы линейных алгебраических уравнений.
12. Линейная зависимость и независимость векторов.
13. Скалярное произведение векторов.
14. Базис линейного пространства. Преобразование координат при замене базиса.

15. Ортонормированные базисы. Евклидовы пространства.
16. Нахождение матрицы линейного преобразования.
17. Прямая и основные кривые на плоскости.
18. Уравнение прямой в трехмерном пространстве.
19. Уравнение плоскости в трехмерном пространстве.
20. Понятие, геометрическое представление и формы записи комплексных чисел.
21. Основные операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.
22. Постановка задач линейного программирования.
23. Графический метод решения задач линейного программирования.
24. Элементы теории двойственности.
25. Понятие о целочисленном программировании и методах решения соответствующих задач.

**Задания на проверку сформированности второго компонента компетенций – «Уметь»**

Выполните практическое задание.

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}$$

**Задания на проверку сформированности третьего компонента компетенций – «владеть»**

Выполните практическое задание.

Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}$$

**Типовые задачи по дисциплине**

1. Заданы матрицы  $A$  и  $B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

- а)  $A + B$ ; б)  $A^T B$ ; в)  $A + B^T$ ; г)  $A \cdot B$ ; д)  $AB^T$ ; е)  $A^T + B^T$ ; ж)  $A^T - B$ ; з)  $A^T B^T$ ;
- к) Найти матрицу  $C = 6A - 3B$  и матрицу  $D = A^T + B^T$ ;



2. Задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы  $A^3$  и  $A^2 - A$

3. Вычислить определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

Решить систему уравнений методом LU-разложения, сравнить трудоемкость вычислительных процедур.

5. Определить косинус угла между векторами  $a_1$  и  $a_2$ , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

6. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ x_2 - 3 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2 \geq 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ 3x_2 - 9 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 7x_2 - 8 \leq 0 \\ 5x_2 - 2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

7. Найти решение задачи графическим методом.

При откорме кроликов можно использовать корм с высоким содержанием белка по цене 0.8 у.ед./кг или более дешевый корм по цене 0.4 у.ед./кг. Килограмм дорогого корма дает 125 г белка и 4500 калорий, а дешевого – 50 г белка и 7500 калорий. Одному кролику в неделю требуется не менее 100 г белка и 4500 калорий. Найти самую дешевую смесь кормов, удовлетворяющих требованиям питательности.

## ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

УК.1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		
<b>Пороговый</b>	<p><b>Знать:</b> основы линейной алгебры для решения экономических задач.</p> <p><b>Уметь:</b> применять аппарат линейной алгебры для исследования и решения экономических задач.</p> <p><b>Владеть:</b> основными навыками применения методов линейной алгебры.</p>	<b>удовлетворительно</b>
<b>Средний</b>	<p><b>Средний уровень:</b></p> <p><b>Знать:</b> методы линейной алгебры для решения экономико-управленческих задач.</p> <p><b>Уметь:</b> опираться при ответе на основные и дополнительные положения линейной алгебры.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами линейной алгебры для решения профессиональных задач.</p>	<b>хорошо</b>
<b>Повышенный</b>	<p><b>Знать:</b> базовые понятия линейной алгебры; методы решения систем линейных алгебраических уравнений; терминологию и основные понятия и методы, используемые в линейной алгебре; принципы проведения теоретического исследования проблем линейной алгебры.</p> <p><b>Уметь:</b> строить сложные логические выражения; разбираться в логических схемах; решать задачи вычислительного и теоретического характера в области линейной алгебры; логически корректно применять математические методы при решении задач; строить корректно обоснованные математические модели профессиональных задач; применять математические методы при решении задач линейной алгебры и верифицировать полученные результаты.</p> <p><b>Владеть:</b> методами матричного анализа для решения экономико-управленческих задач, методическими основами построения и исследования математических моделей экономических процессов и явлений; методами построения и упрощения логических выражений; методами построения функциональных схем; навыками решения типовых задач, используя методы линейной алгебры; основными методами формулирования практических задач в терминах линейной алгебры; навыками практического использования математического аппарата линейной алгебры для решения конкретных задач; навыками интерпретации полученных результатов построения математических моделей.</p>	<b>отлично</b>

## Критерии оценивания уровня освоения компетенции

Форма контроля	Критерии уровня освоения компетенции
Экзамен	<p>Критерием является степень усвоения обучающимися теоретического материала, предусмотренного программой дисциплины, в сочетании с умением применять полученные знания при решении задач.</p> <p>«Отлично» - свободное владение материалом, полный ответ на вопросы в объеме лекций с привлечением дополнительной литературы, полные грамотные ответы на все дополнительные вопросы. При ответах на вопросы обращается внимание на самостоятельность выводов и обоснованную точку зрения. Правильно и в срок выполнены все практические работы и задания для самостоятельной работы.</p> <p>«Хорошо» - неточный или неполный ответ на основные вопросы в объеме лекций с использованием дополнительной литературы, ответы на часть дополнительных вопросов. Все практические работы и задания для самостоятельной работы сданы в срок, но выполнены с несущественными недочетами.</p> <p>«Удовлетворительно» - приблизительно правильный ответ на основные вопросы в объеме лекций и ответы на часть дополнительных вопросов. Правильно выполнена большая часть практических работ и заданий для самостоятельной работы.</p> <p>«Неудовлетворительно» - незнание основных вопросов в объеме лекций (слабый ответ или его отсутствие на основные вопросы и затруднения с ответами на дополнительные вопросы). Отсутствие выполненных практических работ и заданий для самостоятельной работы.</p>
Решение задач	<p>Критерием является степень готовности обучающихся применять полученные теоретические знания для решения профессионально – прикладных ситуаций и задач. При оценке выполнения индивидуального профессионального задания учитывается:</p> <p>выполнение задания в полном объеме с исчерпывающими пояснениями – «отлично»;</p> <p>выполнение задания в полном объеме, но с отдельными неточностями, с недостаточными пояснениями - «хорошо»;</p> <p>задание выполнено не полностью; имеются ошибки в работе, работа не пояснена - «удовлетворительно»;</p> <p>задание не выполнено или выполнено не правильно - оценка 2 (неудовлетворительно).</p>
Тестирование	<p>Критерием оценки является уровень усвоения обучающимся материала, предусмотренного программами дисциплин, что выражается количеством правильных ответов на предложенные тестовые задания по дисциплине.</p> <p>При ответах на вопросы теста:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 90 – 100 % правильных ответов - «отлично»;</li> <li>• 75 – 89 % правильных ответов– «хорошо»;</li> <li>• 50 – 74 % правильных ответов– «удовлетворительно»;</li> </ul> <p>менее 50 % правильных ответов– «неудовлетворительно».</p>

## **9. ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащённости образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014 г. № АК-44/05вн и «Положение об организации инклюзивного образования в АНО ВО «Национальный институт бизнеса».

Подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится с учетом их индивидуальных особенностей.

Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному учебному плану.

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **Основная литература**

1. Курс по высшей математике (для экономистов). — Новосибирск: Сибирское университетское издательство, Норматика, 2017. — 119 с. — ISBN 978-5-4374-0806-3. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/65165.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### **Дополнительная литература**

1. Высшая математика. Часть 1: учебное пособие / В.И. Белоусова, Г.М. Ермакова, М.М. Михалева [и др.]. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2017. — 296 с. — ISBN 978-5-7996-1779-0. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/65920.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Елькин, А.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / А.Г. Елькин. — Саратов: Вузовское образование, 2018. — 95 с. — ISBN 978-5-4487-0325-6. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/77939.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### **Электронно-библиотечная система**

IPRBooks. <http://www.iprbookshop.ru>

### **Электронные образовательные ресурсы (современные профессиональные базы данных)**

База данных научной электронной библиотеки. <https://elibrary.ru>

База данных EqWorld - Мир математических уравнений.

<http://eqworld.ipmnet.ru>

База данных Федерального образовательного портала «Экономика. Социология. Менеджмент». <http://ecsocman.hse.ru>

База данных Библиотечных и архивных ресурсов Государственной Думы «Парламентская библиотек». <https://parlib.duma.gov.ru>

## **Электронные образовательные ресурсы (информационные справочные системы)**

Справочно-правовая система «Консультант Плюс». <http://www.consultant.ru>  
Официальный Интернет-портал правовой информации. Государственная система правовой информации. <http://pravo.gov.ru>

### **Перечень комплектов лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при изучении дисциплины (модуля)**

При изучении дисциплины предполагается применение современных информационных технологий. Комплект программного обеспечения для их использования включает в себя:

- пакеты офисного программного обеспечения Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint);
- веб-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox, Internet Explorer);
- электронную библиотечную систему IPRBooks;
- систему размещения в сети «Интернет» и проверки на наличие заимствований курсовых, научных и выпускных квалификационных работ «ВКР-ВУЗ.РФ».

Доступ к электронной информационно-образовательной среде обеспечивается через сеть Интернет <https://eios.nibmoscow.ru/>.

## **11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Материально-техническая база Института обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются учебные аудитории, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду института.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории: мобильный мультимедийный комплект в составе: проектор, ноутбук.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины (модуля).