

АНО ВО «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ БИЗНЕСА»

Рабочая программа дисциплины (модуля) **Б1.О.08 «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»**

Направление подготовки	<i>38.03.02 Менеджмент (уровень бакалавриата)</i>
Направленность (профиль) программы	<i>Управление бизнесом</i>
Форма обучения	<i>очная, очно-заочная</i>

*Авторы-составители:
ст. преподаватель Чернова Т.М.*

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент» (Утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 12 августа 2020 г. N 970).

Рецензент: Ровенская О.С., к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной информатики АНО ВО «Московский гуманитарный университет».

Рабочая программа дисциплины (модуля) утверждена на кафедре информатики, прикладной математики и естественнонаучных дисциплин АНО ВО «Национальный институт бизнеса».

Протокол №9 от 29.06.2022 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля) согласована в рамках основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент, направленность (профиль) программы Управление бизнесом с ООО «Алерс Рус», ООО «Татнефть-АЗС-Запад».

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи дисциплины (модуля).....	3
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО.....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	5
4. Структура и содержание дисциплины (модуля).....	6
4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся.....	6
4.2 Учебно-тематический план дисциплины (модуля)	7
5. Содержание дисциплины (модуля).....	8
6. Планы занятий семинарского типа.....	9
7. Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю).....	20
8. Фонд оценочных средств по изучению дисциплины (модуля).....	20
9. Особенности обучения лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	28
10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля).....	28
11. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).....	29

Приложения к рабочей программе дисциплины (модуля)

Приложение 1. Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)

Приложение 2. Содержание фонда оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Образовательная цель изучения дисциплины «Линейная алгебра» - подготовка обучающихся по основам математических знаний, формирование у обучающихся культуры математического мышления, навыков логического рассуждения и математической аргументации, умения использовать на практике математические методы решения различных экономических, финансовых и управленческих задач.

Содержание дисциплины «Линейная алгебра» составляет математический аппарат, используемый в области математической логики, линейной алгебры, математического анализа, экономико-математических методов исследования, эффективные способы и приемы использования данного аппарата для решения различных практических задач, способствовать формированию общепрофессиональной компетенции.

Задачи дисциплины:

- изучение базовых математических понятий и определений в области линейной алгебры и математического анализа;
- ознакомление с основными теоремами, методами математических доказательств и логических построений;
- формирование представлений о математическом мышлении, индукции, дедукции, принципах математических рассуждений и доказательств, методологии научной работы;
- овладение современными методами реализации математических моделей в социально-экономической, управленческой и финансовых областях профессиональной деятельности.

Воспитательная цель дисциплины – создание условий для активной жизнедеятельности обучающихся, их гражданского самоопределения, профессионального становления и индивидуально-личностной самореализации в созидательной деятельности для удовлетворения потребностей в нравственном,

культурном, интеллектуальном, социальном и профессиональном развитии.

Достижению поставленной цели воспитания обучающихся способствует решение следующих задач:

- развитие мировоззрения и актуализация системы базовых ценностей личности;
- приобщение обучающихся к общечеловеческим нормам морали, национальным устоям и академическим традициям;
- воспитание уважения к закону, нормам коллективной жизни, развитие гражданской и социальной ответственности;
- воспитание положительного отношения к труду, воспитание социально значимой целеустремленности и ответственности в деловых отношениях;
- обеспечение развития личности и ее социально-психологической поддержки, формирование личностных качеств, необходимых для эффективной профессиональной деятельности;
- выявление и поддержка талантливой обучающихся, формирование организаторских навыков, творческого потенциала, вовлечение обучающихся в процессы саморазвития и самореализации;
- формирование культуры и этики профессионального общения;
- воспитание внутренней потребности личности в здоровом образе жизни, ответственного отношения к природной и социокультурной среде;
- повышение уровня культуры безопасного поведения;
- развитие личностных качеств и установок, социальных навыков и управленческими способностями.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина Б1.О.08 «Линейная алгебра» относится к Блоку 1. Дисциплины (модули) (обязательная часть).

2.1 Изучение данной дисциплины проходит на основе освоения дисциплины школьной программы «Алгебра».

2.2 Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля): «Математический анализ», «Статистика», «Методы оптимальных решений» и др.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенций	Знания, умения, владения
<p>УК.1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК.1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.</p> <p>УК.1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p> <p>УК.1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p>знать:</p> <p>УК.1-31 - Основные логические операции и методы упрощения логических выражений</p> <p>УК.1-32 - Исчисление Высказываний. Предикаты.</p> <p>УК.1-33 - базовые понятия линейной алгебры</p> <p>УК.1-34 - методы решения систем линейных алгебраических уравнений</p> <p>УК.1-35 - терминологию и основные понятия и методы, используемые в линейной алгебре</p> <p>УК.1-36 - принципы проведения теоретического исследования проблем линейной алгебры</p> <p>уметь</p> <p>УК.1-У1 - строить сложные логические выражения</p> <p>УК.1-У2 - разбираться в логических схемах</p> <p>УК.1-У3 - решать задачи вычислительного и теоретического характера в области линейной алгебры</p> <p>УК.1-У4 - логически корректно применять математические методы при решении задач</p> <p>УК.1-У5 - строить корректно обоснованные математические модели профессиональных задач</p> <p>УК.1-У6 - применять математические методы при решении задач линейной алгебры и верифицировать полученные результаты</p> <p>владеть</p> <p>УК.1-В1 - методами построения и упрощения логических выражений</p> <p>УК.1-В2 - методами построения функциональных схем</p> <p>УК.1-В3 - навыками решения типовых задач, используя методы линейной алгебры</p> <p>УК.1-В4 - основными методами формулирования практических задач в терминах линейной алгебры</p> <p>УК.1-В5 - навыками практического использования математического аппарата линейной алгебры для решения конкретных задач</p> <p>УК.1-В6 - навыками интерпретации полученных результатов построения математических моделей</p>

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины «Линейная алгебра» составляет 144 часа (4 зачетных единицы).

Для очной формы обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1, час.
Контактная работа	50,3	50,3
Занятия лекционного типа	24	24
Занятия семинарского типа	24	24
Консультации	2	2
Контактные часы на промежуточную аттестацию (зачет, экзамен)	0,3	0,3
Самостоятельная работа	66,7	66,7
Контроль	27	27
Форма промежуточной аттестации	экзамен	

Для очно-заочной формы обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1, час.
Контактная работа	26,3	26,3
Занятия лекционного типа	12	12
Занятия семинарского типа	12	12
Консультации	2	2
Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3
Самостоятельная работа	108,7	108,7
Контроль	9	9
Форма промежуточной аттестации	экзамен	

4.2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

(очная форма обучения)

	Наименование тем	Всего	Контактная работа, час			Самостоятельная работа	Компетенция
			Всего	Лекции	Практ. занятия		
1.	Матрицы и определители	26	10	4/4*	6/4*	16	УК.1
2.	Системы линейных уравнений	23	12	6/6*	6/4*	11	УК.1
3.	Линейные пространства	23	12	6	6	11	УК.1
4.	Комплексные числа	20	4	2	2	16	УК.1
5.	Экономико-математические методы	22,7	10	6/6*	4/4*	12,7	УК.1
	Консультации	2	2				
	Контроль	27					
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (зачет, экзамен)	0,3	0,3				
	Итого часов	144	50,3	24/16*	24/12*	66,7	

Примечание: *знаком выделены темы, по которым проводятся активные и интерактивные формы обучения

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

(очно-заочная форма обучения)

	Наименование тем	Всего	Контактная работа, час			Самостоятельная работа	Компетенция
			Всего	Лекции	Практ. занятия		
1.	Матрицы и определители	19	6	2/2*	4/4*	13	УК.1
2.	Системы линейных уравнений	18,7	4	2/2*	2/2*	14,7	УК.1
3.	Линейные пространства	32	4	2	2	28	УК.1
4.	Комплексные числа	34	4	2	2	30	УК.1
5.	Экономико-математические методы	29	6	4/4*	2/2*	23	УК.1
	Консультации	2	2				
	Контроль	9					
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3				
	Итого часов	144	26,3	12/8*	12/8*	108,7	

Примечание: *знаком выделены темы, по которым проводятся активные и интерактивные формы обучения

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Тема 1. Матрицы и определители

Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матриц. Умножение матриц. Элементарные преобразования матриц. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителей. Обратная матрица и способы ее вычисления. Ранг матрицы.

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: постановка проблем (проблемная лекция), с предложением поучаствовать в обосновании ответа студентами; визуализация лекционного материала; использование обратной связи со студентами в процессе разбора примеров, иллюстрирующих технику решения задач в рамках излагаемого материала.

Тема 2. Системы линейных уравнений

Основные понятия, определения и формы записи системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Условие Кронекера-Капелли совместности СЛАУ. Нахождение решения СЛАУ по формулам Крамера. Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Решение СЛАУ методом Гаусса. Общее решение произвольной СЛАУ.

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: постановка проблем (проблемная лекция), с предложением поучаствовать в обосновании ответа студентами; визуализация лекционного материала; использование техники обратной связи со студентами в процессе решения задач.

Тема 3. Линейные пространства

Определение, свойства и примеры линейных пространств. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис линейного пространства. Операции в координатной форме. Преобразование координат при замене базиса. Линейные преобразования. Скалярное произведение векторов. Евклидовы пространства. Нормированные пространства. Угол между векторами. Элементы аналитической геометрии. Различные формы уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Уравнение плоскости.

Тема 4. Комплексные числа

Понятие, геометрическое представление и формы записи комплексных чисел. Основные операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.

Тема 5. Экономико-математические методы

Выпуклые множества и их свойства. Постановка задач линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования. Понятие симплекс-метода. Элементы теории двойственности. Транспортная задача. Понятие о целочисленном программировании и методах решения соответствующих задач.

*Примечание: интерактивные формы и методы проведения лекции: лекция-беседа, с применением псевдиалога, диалога и полилога;

6. ПЛАНЫ ЗАНЯТИЙ СЕМИНАРСКОГО ТИПА для очной формы обучения

Практическое занятие 1 (тема 1)

1. Повторение материала темы.
2. Заданы матрицы A и B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

- а) $A+B$; б) $A^T B$; в) $A+B^T$; г) $A \cdot B$; д) AB^T ; е) $A^T + B^T$; ж) $A^T - B$; з) $A^T B^T$;
- к) Найти матрицу $C = 6A - 3B$ и матрицу $D = A^T + B^T$;

3. Задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы A^3 и $A^2 - A$

4. Вычислить определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 2 (тема 1)

1. Решить уравнения

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

2. Найти ранги матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Привести матрицы к ступенчатому виду

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 8 \\ 1 & -6 & 1 \\ 7 & -2 & 15 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Найти максимальное число линейно независимых строк матриц, приведенных в п.1.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 3 (тема 1)

1. Найти матрицы, обратные заданным матрицам A и B , построением присоединенной матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 3 & 8 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

2. Найти матрицы, обратные заданным выше матрицам A и B , методом элементарного преобразования строк

3. Заданы матрицы

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 3 & 8 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

Найти собственные значения и собственные векторы матриц

Практическое занятие 4 (тема 2)

1. Повторение материала темы.

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 = -6 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 6x + 5y + 4z = -2 \\ 9x + 8y + 7z = 3 \end{cases}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 5 (тема 2)

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

Решить систему уравнений методом LU-разложения, сравнить трудоемкость вычислительных процедур.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективное обсуждение результатов выполненного исследования с анализом выявленных типичных ошибок; проверка знаний в форме тестирования.

Практическое занятие 6 (тема 2)

1. Решить системы уравнений относительно параметра a

$$\begin{cases} (1+a)x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + (1+a)x_2 + x_3 = a \\ x_1 + x_2 + (1+a)x_3 = a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + ax_4 = 1 \end{cases}$$

2. Найти общее решение систем уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 6x_1 - 8x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 8x_1 + 9x_2 + 9x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

3. Найти общее решение систем уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 19x_2 - 3x_3 + 25x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 13x_3 + x_4 + 16x_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 15x_1 + 61x_2 - 2x_3 + 17x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 23x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ -7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 52x_4 + 6x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 - x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

4. Найти решение систем уравнений с матрицами специального вида (трехдиагональными). Сравнить прямой метод Гаусса и метод прогонки

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 0x_3 + 0x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 0x_4 = 1 \\ 0x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 0x_1 + 0x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 0x_3 - 0x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 = 8 \\ 0x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20 \\ 0x_1 - 0x_2 + x_3 - 6x_4 = 4 \end{cases}$$

Практическое занятие 7 (тема 3)

1. Повторение материала темы.

2. Является ли система векторов a_1, a_2, a_3 линейно независимой

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Если система векторов a_1, a_2, a_3 является линейно независимой, то выразить нижеприведенный вектор x в базисе данных векторов

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x трехмерного линейного пространства в вектор y , причем

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{а) } y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } y = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двумерного линейного пространства в вектор y по следующему правилу:

- а) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.
- б) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.
- в) Удвоение значения первой координаты, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.
- г) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.

Практическое занятие 8 (тема 3)

1. Определить косинус угла между векторами a_1 и a_2 , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}; \text{ б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

2. Написать уравнения касательных к параболе $y = x^2$, проходящих через заданную точку плоскости $M(4,7)$. Составить уравнения нормалей к касательным, построенных в указанной точке M .

3. Дана прямая $2x+5y-1=0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1,3)$: а) параллельно данной прямой; б) перпендикулярно данной прямой.

4. Через вершины треугольника $A(-1,2)$, $B(3,-1)$ и $C(0,4)$ проведены прямые параллельно противоположным сторонам. Составить их уравнения.

Практическое занятие 9 (тема 3)

1. Две стороны квадрата лежат на прямых $3x+4y+22=0$, $3x+4y-13=0$. Вычислить площадь квадрата.

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x-3y+5=0$, $3x+y-7=0$ перпендикулярно к прямой $y=2x$.

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин $A(1,2)$, $B(3,8)$, $C(6,1)$.

4. Составить уравнения плоскости, проходящей через точку $M(4, -4, 2)$ и параллельной плоскостям: xOz , xOy , yOz .

5. Плоскость проходит через ось Oz и образует с плоскостью $2x+y-\sqrt{5}z=0$ угол $\pi/3$. Составить ее уравнение.

6. Найти уравнение нормали, проходящей через начало координат, к плоскости $2x+y-3z-6=0$. Написать уравнение плоскости в виде уравнения плоскости, проходящей через точку ее пересечения с указанной нормалью.

Практическое занятие 10 (тема 4)

1. Повторение материала темы.
2. Заданы комплексные числа

$$z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } z_2 = \sqrt{3} + i.$$

а) Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}.$$

б) Записать комплексные числа в тригонометрической и экспоненциальной формах.

Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}, \quad z_1^4, \quad z_2^{10}, \quad \sqrt[3]{z_2}.$$

3. Найти все значения $\sqrt[4]{-1}$, $\sqrt[4]{16}$.

4. Вычислить

$$(2 + i\sqrt{12})^5, \quad \frac{(-1 + i\sqrt{3})^{50}}{(1 - i)^{100}}, \quad \left(1 + \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)^6.$$

5. Решить уравнения

$$x^6 - 64 = 0, \quad x^8 + 3^8 = 0.$$

Практическое занятие 11 (тема 5)

1. Повторение материала темы.
2. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ x_2 - 3 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2 \geq 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ 3x_2 - 9 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 7x_2 - 8 \leq 0 \\ 5x_2 - 2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
- 2) Найти решение задачи графическим методом.

1. Автотранспортное предприятие проводит закупку автобусов двух типов А и Б в количестве не более М машин, которые должны обеспечить одновременную перевозку не менее N пассажиров. Стоимость автобуса типа А - s_A тыс. рублей, стоимость автобуса типа Б - s_B тыс. рублей. Количество пассажиров, которое может разместиться в одном автобусе типов А и Б,

равно n_A и n_B , соответственно. Сколько надо закупить автобусов каждого типа, чтобы минимизировать расходы?

$M=20$; $N = 1500$; $s_A=800$; $s_B=300$; $n_A = 100$; $n_B=60$.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 12 (тема 5)

В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
- 2) Найти решение задачи графическим методом.

В ходе выборов кандидата для достижения успеха необходимо охватить теле- и радиорекламой не менее N тысяч человек (с повтором). Известно, что одна 30-секундная телереклама будет просмотрена n тысячами избирателей, одна 30-секундная радиореклама будет услышана m тысячами избирателей. Стоимость трансляции одного телефрагмента составляет 500\$, а одного радиофрагмента - 100\$. Всего планируется занять не менее t минут эфирного времени. Сколько теле- и радиофрагментов следует транслировать, чтобы минимизировать расходы.

$N=720$, $n=24$, $m=4$, $t=40$.

В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
- 2) Найти решение задачи графическим методом.

При откорме кроликов можно использовать корм с высоким содержанием белка по цене 0.8 у.ед./кг или более дешевый корм по цене 0.4 у.ед./кг. Килограмм дорогого корма дает 125 г белка и 4500 калорий, а дешевого – 50 г белка и 7500 калорий. Одному кролику в неделю требуется не менее 100 г белка и 4500 калорий. Найти самую дешевую смесь кормов, удовлетворяющих требованиям питательности.

3) Сформулирована следующая транспортная задача линейного программирования.

Пусть имеется:

- три пункта отправления – города A_1, A_2, A_3 , в которых сосредоточены запасы некоторого товара соответственно в количестве $a_1 = 10, a_2 = 20, a_3 = 30$;

- три пункта назначения – города B_1, B_2, B_3 , в которых сосредоточены потребители товара, желающие получить его в количестве $b_1 = 10, b_2 = 10, b_3 = 40$;

- сумма заявок всех городов – потребителей товара равна суммарному количеству товара, имеющегося в городах – поставщиках товара, т.е.

$$a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3 = 60.$$

- известна стоимость перевозки одной единицы товара из пункта отправления A_i в пункт назначения B_j , т.е. задана матрица стоимостей перевозок

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 50 \\ 40 & 60 & 90 \\ 30 & 80 & 70 \end{pmatrix}$$

Требуется составить такой план перевозок, при котором весь имеющийся запас товара будет вывезен из городов- поставщиков товара, все заявки городов – по-

требителей удовлетворены, а стоимость перевозок всего товара, который перевозится от поставщиков к потребителям, будет минимальной.

Дать математическую формулировку задачи.

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

для очно-заочной формы обучения

Практическое занятие 1,2 (тема 1)

1. Повторение материала темы.

2. Заданы матрицы A и B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

а) $A+B$; б) $A^T B$; в) $A+B^T$; г) $A \cdot B$; д) AB^T ; е) $A^T + B^T$; ж) $A^T - B$; з) $A^T B^T$;

к) Найти матрицу $C=6A-3B$ и матрицу $D=A^T+B^T$;

3. Задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы A^3 и $A^2 - A$

4. Вычислить определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Решить уравнения

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

6. Найти ранги матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 3 (тема 2)

1. Повторение материала темы.
2. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ -x_1 - 5x_2 = -6 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 6x + 5y + 4z = -2 \\ 9x + 8y + 7z = 3 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами работы и анализ выявленных типичных ошибок.

Практическое занятие 4 (тема 3)

1. Повторение материала темы.
2. Является ли система векторов a_1, a_2, a_3 линейно независимой

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Если система векторов a_1, a_2, a_3 является линейно независимой, то выразить нижеприведенный вектор x в базисе данных векторов

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x трехмерного линейного пространства в вектор y , причем

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{а) } y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } y = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}.$$

4. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двумерного линейного пространства в вектор y по следующему правилу:

а) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.

б) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.

в) Удвоение значения первой координаты, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.

г) Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.

5. Определить косинус угла между векторами a_1 и a_2 , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

6. Написать уравнения касательных к параболе $y = x^2$, проходящих через заданную точку плоскости $M(4,7)$. Составить уравнения нормалей к касательным, построенных в указанной точке M .

7. Дана прямая $2x+5y-1=0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1,3)$: а) параллельно данной прямой; б) перпендикулярно данной прямой.

8. Через вершины треугольника $A(-1,2)$, $B(3,-1)$ и $C(0,4)$ проведены прямые параллельно противоположным сторонам. Составить их уравнения.

Практическое занятие 5 (тема 4)

1. Повторение материала темы.
2. Заданы комплексные числа

$$z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } z_2 = \sqrt{3} + i.$$

а) Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}.$$

б) Записать комплексные числа в тригонометрической и экспоненциальной формах.

Найти и изобразить на комплексной плоскости числа

$$z_1 \pm z_2, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_1}{z_2}, \quad z_1^4, \quad z_2^{10}, \quad \sqrt[3]{z_2}.$$

3. Найти все значения $\sqrt[4]{-1}$, $\sqrt[4]{16}$.

4. Вычислить

$$(2 + i\sqrt{12})^5, \quad \frac{(-1 + i\sqrt{3})^{50}}{(1 - i)^{100}}, \quad \left(1 + \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)^6.$$

5. Решить уравнения

$$x^6 - 64 = 0, \quad x^8 + 3^8 = 0.$$

Практическое занятие 6 (тема 5)

1. Повторение материала темы.
2. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ x_2 - 3 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2 \geq 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ 3x_2 - 9 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 7x_2 - 8 \leq 0 \\ 5x_2 - 2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

3. В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
- 2) Найти решение задачи графическим методом.

Автотранспортное предприятие проводит закупку автобусов двух типов А и Б в количестве не более М машин, которые должны обеспечить одновременную перевозку не менее N пассажиров. Стоимость автобуса типа А - s_A тыс. рублей, стоимость автобуса типа Б - s_B тыс. рублей. Количество пассажиров, которое может разместиться в одном автобусе типов А и Б, равно n_A и n_B , соответственно. Сколько надо закупить автобусов каждого типа, чтобы минимизировать расходы?

$M=20; N = 1500; s_A=800; s_B=300; n_A = 100; n_B=60.$

4. В указанной ниже задаче требуется

- 1) Сформулировать задачу как задачу линейного программирования.
- 2) Найти решение задачи графическим методом.

В ходе выборов кандидата для достижения успеха необходимо охватить теле- и радиорекламой не менее N тысяч человек (с повтором). Известно, что одна 30-секундная телереклама будет просмотрена n тысячами избирателей, одна 30-секундная радиореклама будет услышана m тысячами избирателей. Стоимость трансляции одного телефрагмента составляет 500\$, а одного радиофрагмента - 100\$. Всего планируется занять не менее t минут эфирного времени. Сколько теле- и радиофрагментов следует транслировать, чтобы минимизировать расходы.

$N=720, n=24, m=4, t=40.$

*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по тематике занятия; коллективный обмен результатами и анализ выявленных типичных ошибок.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Приложение 1 Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)

8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Карта фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Темы по учебно-тематическому плану	Оценочные средства
1	Матрицы и определители	Тест 1,2. Задача 1 Вопросы к экзамену 1-4 Текущий контроль
2	Системы линейных уравнений	Тест 3-5 Задача 2 Вопросы к экзамену 5-9 Текущий контроль
3	Линейные пространства	Тест 6,7 Вопросы к экзамену 10-14 Текущий контроль
4	Комплексные числа	Тест 8,9 Вопросы к экзамену 15-19 Текущий контроль
5	Экономико-математические методы	Тест 10,11 Задача 3 Вопросы к экзамену 20-25 Текущий контроль

Фонд оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)
Приложение 2 Содержание фонда оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Перечень вопросов к экзамену по дисциплине (модулю)

1. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц.
2. Транспонирование матриц. Умножение матриц.
3. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителей.
4. Обратная матрица и способы ее вычисления.
5. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
6. Собственные векторы и собственные значения матрицы, свойства собственных векторов матрицы.
7. Основные понятия, определения и формы записи системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Условие Кронекера-Капелли совместности СЛАУ.
8. Нахождение решения системы линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера.
9. Запись и решение СЛАУ в матричном виде.
10. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
11. Общее решение произвольной системы линейных алгебраических уравнений.
12. Линейная зависимость и независимость векторов.
13. Скалярное произведение векторов.
14. Базис линейного пространства. Преобразование координат при замене базиса.
15. Ортонормированные базисы. Евклидовы пространства.
16. Нахождение матрицы линейного преобразования.
17. Прямая и основные кривые на плоскости.
18. Уравнение прямой в трехмерном пространстве.
19. Уравнение плоскости в трехмерном пространстве.
20. Понятие, геометрическое представление и формы записи комплексных чисел.
21. Основные операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.
22. Постановка задач линейного программирования.
23. Графический метод решения задач линейного программирования.
24. Элементы теории двойственности.
25. Понятие о целочисленном программировании и методах решения соответствующих задач.

Задания на проверку сформированности первого компонента компетенций – «Знать»

Ответьте на вопросы теста.

№	Вопрос
1	<p>Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4a - 1 \end{vmatrix} = 0$ при a равном ...</p> <p>Варианты ответов: 1) 2; 2) 1; 3) 0; 4) 0.25</p>
2	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.</p> <p>Тогда произведение матриц $A \cdot B$ равно ...</p> <p>Варианты ответов: 1) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} -9 & 6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$</p>
3	<p>Ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & 9 & -12 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ равен ...</p> <p>Варианты ответов: 1) 3; 2) 0; 3) 1; 4) 2.</p>
4	<p>Собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ могут быть найдены по формуле ...</p> <p>Варианты ответов:</p> <p>1) $\begin{vmatrix} 2 - \lambda & 3 \\ 1 & 4 - \lambda \end{vmatrix} = 0$; 2) $\begin{vmatrix} 2 + \lambda & 3 \\ 1 & 4 + \lambda \end{vmatrix} = 0$; 3) $\begin{vmatrix} 2 & 3 - \lambda \\ 1 - \lambda & 4 \end{vmatrix} = 0$; 4) $\begin{vmatrix} 2 & 3 + \lambda \\ 1 + \lambda & 4 \end{vmatrix}$</p>
5	<p>Если (x, y) – решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 5y = 2 \end{cases}$, то x можно определить по формуле ...</p> <p>Варианты ответов: 1) $x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$; 2) $x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$; 3) $x = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$; 4) $x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$.</p>

6	<p>1.1 Даны матрицы: $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу $A = B + 3C$.</p> <p>1) $A = \begin{pmatrix} 19 & 13 \\ 13 & 4 \\ 16 & 28 \end{pmatrix}$</p> <p>2) $A = \begin{pmatrix} 19 & 13 \\ 12 & 5 \\ 17 & 28 \end{pmatrix}$</p> <p>3) $A = \begin{pmatrix} 19 & 13 \\ 13 & 5 \\ 17 & 28 \end{pmatrix}$</p>
7	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$. Найдите элемент c_{23} матрицы</p> <p>$C = A \cdot B$</p> <p>1) 17 2) 24 3) 18</p>
8	<p>Найдите $\det A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$</p> <p>1) 5 2) 20 3) -8</p>
9	<p>Разложите определитель $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2\lambda & 2 & \beta \\ 0 & 0 & \alpha \end{vmatrix}$ по элементам третьей строки.</p> <p>1) $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2\lambda & 2 \end{vmatrix}$</p> <p>2) $-\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2\lambda & 2 \end{vmatrix}$</p> <p>3) $-\alpha \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2\lambda & 2 \end{vmatrix}$</p> <p>4) $\alpha \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2\lambda & 2 \end{vmatrix}$</p>
10	<p>Чему равен ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 6 \\ 3 & -6 & 9 \end{pmatrix}$</p> <p>1) 1 2) 2 3) 3</p>

Задания на проверку сформированности второго компонента компетенций – «Уметь»

Выполните практическое задание.

Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}$$

Задания на проверку сформированности третьего компонента компетенций – «владеть»

Выполните практическое задание.

Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}$$

Типовые задачи по дисциплине

1. Заданы матрицы A и B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Указать, какие операции над матрицами выполнимы, и осуществить эти операции:

а) $A+B$; б) $A^T B$; в) $A+B^T$; г) $A \cdot B$; д) AB^T ; е) $A^T + B^T$; ж) $A^T - B$; з) $A^T B^T$;

к) Найти матрицу $C = 6A - 3B$ и матрицу $D = A^T + B^T$;

2. Задана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти матрицы A^3 и $A^2 - A$

3. Вычислить определители матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

Решить систему уравнений методом LU-разложения, сравнить трудоемкость вычислительных процедур.

5. Определить косинус угла между векторами a_1 и a_2 , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом

$$\text{а) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

6. Отметить на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ x_2 - 3 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2 \geq 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0 \\ 3x_2 - 9 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 2 \geq 0 \\ 3x_1 - 7x_2 - 8 \leq 0 \\ 5x_2 - 2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Сформулировать выводы относительно характера решений

7. Найти решение задачи графическим методом.

При откорме кроликов можно использовать корм с высоким содержанием белка по цене 0.8 у.ед./кг или более дешевый корм по цене 0.4 у.ед./кг. Килограмм дорогого корма дает 125 г белка и 4500 калорий, а дешевого – 50 г белка и 7500 калорий. Одному кролику в неделю требуется не менее 100 г белка и 4500 калорий. Найти самую дешевую смесь кормов, удовлетворяющих требованиям питательности.

ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

УК.1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		
Пороговый	<p>Знать: основы линейной алгебры для решения экономических задач.</p> <p>Уметь: применять аппарат линейной алгебры для исследования и решения экономических задач.</p> <p>Владеть: основными навыками применения методов линейной алгебры.</p>	удовлетворительно
Средний	<p>Средний уровень:</p> <p>Знать: методы линейной алгебры для решения экономико-управленческих задач.</p> <p>Уметь: опираться при ответе на основные и дополнительные положения линейной алгебры.</p> <p>Владеть: приемами линейной алгебры для решения профессиональных задач.</p>	хорошо
Повышенный	<p>Знать: базовые понятия линейной алгебры; методы решения систем линейных алгебраических уравнений; терминологию и основные понятия и методы, используемые в линейной алгебре; принципы проведения теоретического исследования проблем линейной алгебры.</p> <p>Уметь: строить сложные логические выражения; разбираться в логических схемах; решать задачи вычислительного и теоретического характера в области линейной алгебры; логически корректно применять математические методы при решении задач; строить корректно обоснованные математические модели профессиональных задач; применять математические методы при решении задач линейной алгебры и верифицировать полученные результаты.</p> <p>Владеть: методами матричного анализа для решения экономико - управленческих задач, методическими основами построения и исследования математических моделей экономических процессов и явлений; методами построения и упрощения логических выражений; методами построения функциональных схем; навыками решения типовых задач, используя методы линейной алгебры; основными методами формулирования практических задач в терминах линейной алгебры; навыками практического использования математического аппарата линейной алгебры для решения конкретных задач; навыками интерпретации полученных результатов построения математических моделей.</p>	отлично

Критерии оценивания уровня освоения компетенции

Форма контроля	Критерии уровня освоения компетенции
Экзамен	<p>Критерием является степень усвоения обучающимися теоретического материала, предусмотренного программой дисциплины, в сочетании с умением применять полученные знания при решении задач.</p> <p>«Отлично» - свободное владение материалом, полный ответ на вопросы в объеме лекций с привлечением дополнительной литературы, полные грамотные ответы на все дополнительные вопросы. При ответах на вопросы обращается внимание на самостоятельность выводов и обоснованную точку зрения. Правильно и в срок выполнены все практические работы и задания для самостоятельной работы.</p> <p>«Хорошо» - неточный или неполный ответ на основные вопросы в объеме лекций с использованием дополнительной литературы, ответы на часть дополнительных вопросов. Все практические работы и задания для самостоятельной работы сданы в срок, но выполнены с несущественными недочетами.</p> <p>«Удовлетворительно» - приблизительно правильный ответ на основные вопросы в объеме лекций и ответы на часть дополнительных вопросов. Правильно выполнена большая часть практических работ и заданий для самостоятельной работы.</p> <p>«Неудовлетворительно» - незнание основных вопросов в объеме лекций (слабый ответ или его отсутствие на основные вопросы и затруднения с ответами на дополнительные вопросы). Отсутствие выполненных практических работ и заданий для самостоятельной работы.</p>
Решение задач	<p>Критерием является степень готовности обучающихся применять полученные теоретические знания для решения профессионально – прикладных ситуаций и задач. При оценке выполнения индивидуально – профессионального задания учитывается:</p> <p>выполнение задания в полном объеме с исчерпывающими пояснениями – «отлично»;</p> <p>выполнение задания в полном объеме, но с отдельными неточностями, с недостаточными пояснениями - «хорошо»;</p> <p>задание выполнено не полностью; имеются ошибки в работе, работа не пояснена - «удовлетворительно»;</p> <p>задание не выполнено или выполнено не правильно - оценка 2 (неудовлетворительно).</p>
Тестирование	<p>Критерием оценки является уровень усвоения обучающимся материала, предусмотренного программами дисциплин, что выражается количеством правильных ответов на предложенные тестовые задания по дисциплине.</p> <p>При ответах на вопросы теста:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 90 – 100 % правильных ответов - «отлично»; • 75 – 89 % правильных ответов– «хорошо»; • 50 – 74 % правильных ответов– «удовлетворительно»; • менее 50 % правильных ответов– «неудовлетворительно».

9. ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащённости образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014 г. № АК-44/05вн и «Положение об организации инклюзивного образования в АНО ВО «Национальный институт бизнеса».

Подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится с учетом их индивидуальных особенностей.

Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному учебному плану.

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Основная литература

1. Курс по высшей математике (для экономистов) / — Новосибирск: Сибирское университетское издательство, Норматика, 2017. — 119 с. — ISBN 978-5-4374-0806-3. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/65165.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Дополнительная литература

1. Высшая математика. Часть 1: учебное пособие / В.И. Белоусова, Г.М. Ермакова, М.М. Михалева [и др.]. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2020. — 296 с. — ISBN 978-5-7996-1779-0. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/65920.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Елькин, А.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / А.Г. Елькин. — Саратов: Вузовское образование, 2018. — 95 с. — ISBN 978-5-4487-0325-6. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/77939.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Электронно-библиотечная система

IPRBooks. <http://www.iprbookshop.ru>

Электронные образовательные ресурсы (современные профессиональные базы данных)

База данных научной электронной библиотеки. <https://elibrary.ru>

База данных EqWorld - Мир математических уравнений.

<http://eqworld.ipmnet.ru>

База данных Федерального образовательного портала «Экономика. Социология. Менеджмент». <http://ecsocman.hse.ru>

База данных Библиотечных и архивных ресурсов Государственной Думы «Парламентская библиотек». <https://parlib.duma.gov.ru>

Электронные образовательные ресурсы (информационные справочные системы)

Справочно-правовая система «Консультант Плюс»

Справочно-правовая система «Гарант»

Перечень комплектов лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при изучении дисциплины (модуля)

При изучении дисциплины предполагается применение современных информационных технологий. Комплект программного обеспечения для их использования включает в себя:

- пакеты офисного программного обеспечения Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint);
- веб-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox, Internet Explorer);
- электронную библиотечную систему IPRBooks;
- систему размещения в сети «Интернет» и проверки на наличие заимствований курсовых, научных и выпускных квалификационных работ «ВКР-ВУЗ.РФ».

Доступ к электронной информационно-образовательной среде обеспечивается через сеть Интернет <https://eios.nibmoscow.ru/>.

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Материально-техническая база Института обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются учебные аудитории, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду института.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории: мобильный мультимедийный комплект в составе: проектор, ноутбук.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины (модуля).