

# **АНО ВО «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ БИЗНЕСА»**

## **Рабочая программа дисциплины (модуля) Б1.О.09 «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

<b>Направление подготовки</b>	<i>38.03.02 Менеджмент (уровень бакалавриата)</i>
<b>Направленность (профиль) программы</b>	<i>Управление бизнесом</i>
<b>Формы обучения</b>	<i>очная, очно-заочная</i>

*Автор-составитель:  
ст. преподаватель Чернова Т.М.*

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент» (Утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 12 августа 2020 г. N 970).

Рецензент: Ровенская О.С., к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной информатики АНО ВО «Московский гуманитарный университет».

Рабочая программа дисциплины (модуля) утверждена на кафедре информатики, прикладной математики и естественнонаучных дисциплин АНО ВО «Национальный институт бизнеса».

Протокол №9 от 29.06.2022 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля) согласована в рамках основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент, направленность (профиль) программы Управление бизнесом с ООО «Алерс Рус», ООО «Татнефть-АЗС-Запад».

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи дисциплины (модуля).....	3
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО.....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	5
4. Структура и содержание дисциплины (модуля).....	6
4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся.....	6
4.2 Учебно-тематический план дисциплины (модуля) .....	7
5. Содержание дисциплины (модуля).....	8
6. Планы занятий семинарского типа.....	9
7. Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю).....	17
8. Фонд оценочных средств по изучению дисциплины (модуля).....	17
9. Особенности обучения лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	25
10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля).....	25
11. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).....	26

### Приложения к рабочей программе дисциплины (модуля)

Приложение 1. Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)

Приложение 2. Содержание фонда оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)

## 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Образовательная цель изучения дисциплины «Математический анализ» - подготовка обучающихся по основам математических знаний, формирование у обучающихся культуры математического мышления, навыков логического рассуждения и математической аргументации, умения использовать на практике математические методы решения различных экономических, финансовых и управленческих задач.

Содержание дисциплины «Математический анализ» составляет математический аппарат, используемый в области математической логики, математического анализа, экономико-математических методов исследования, эффективные способы и приемы использования данного аппарата для решения различных практических задач, способствовать формированию общепрофессиональной компетенции.

Задачи дисциплины:

- изучение базовых математических понятий и определений в области линейной алгебры и математического анализа;
- ознакомление с основными теоремами, методами математических доказательств и логических построений;
- формирование представлений о математическом мышлении, индукции, дедукции, принципах математических рассуждений и доказательств, методологии научной работы;
- овладение современными методами реализации математических моделей в социально-экономической, управленческой и финансовых областях профессиональной деятельности.

Воспитательная цель дисциплины – создание условий для активной жизнедеятельности обучающихся, их гражданского самоопределения, профессионального становления и индивидуально-личностной самореализации в созидательной деятельности для удовлетворения потребностей в нравственном, культурном, интеллектуальном, социальном и профессиональном развитии.

Достижению поставленной цели воспитания обучающихся способствует решение следующих задач:

- развитие мировоззрения и актуализация системы базовых ценностей личности;
- приобщение обучающихся к общечеловеческим нормам морали, национальным устоям и академическим традициям;
- воспитание уважения к закону, нормам коллективной жизни, развитие гражданской и социальной ответственности;
- воспитание положительного отношения к труду, воспитание социально значимой целеустремленности и ответственности в деловых отношениях;
- обеспечение развития личности и ее социально-психологической поддержки, формирование личностных качеств, необходимых для эффективной профессиональной деятельности;
- выявление и поддержка талантливой обучающихся, формирование организаторских навыков, творческого потенциала, вовлечение обучающихся в процессы саморазвития и самореализации;
- формирование культуры и этики профессионального общения;
- воспитание внутренней потребности личности в здоровом образе жизни, ответственного отношения к природной и социокультурной среде;
- повышение уровня культуры безопасного поведения;
- развитие личностных качеств и установок, социальных навыков и управленческими способностями.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

Дисциплина Б1.О.09 «Математический анализ» относится к Блоку 1. Дисциплины (модули) (обязательная часть).

2.1 Изучение данной дисциплины проходит на основе освоения дисциплины школьной программы «Алгебра», «Линейная алгебра».

2.2 Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо «Методы оптимальных решений», «Финансовый менеджмент» и др.

### 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенций	Знания, умения, владения
<p>УК.1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК.1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.            УК.1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.            УК.1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p>знать:            УК.1-31 - основные методы интегрирования функций            УК.1-32 - базовые понятия теории математического анализа функций            УК.1-33 - основные признаки сходимости числовых рядов            УК.1-34 - методы решения задач дифференциального и интегрального исчисления            уметь            УК.1-У1 - решать задачи по теории пределов последовательностей и функций            УК.1-У2 - логически корректно применять математические методы при решении задач            УК.1-У3 - верифицировать результаты решения конкретных задач            УК.1-У4 - строить математические модели профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты            владеть            УК.1-В1 - основными методами доказательства теорем дифференциального и интегрального исчисления            УК.1-В2 - навыками решения типовых задач, используя методы дифференциального и интегрального исчисления            УК.1-В3 - навыками практического использования математического аппарата математического анализа для решения конкретных задач            УК.1-В4 - навыками применения методов решения локальных экстремумов</p>

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

##### 4.1 Распределение трудоемкости в часах по всем видам аудиторной и самостоятельной работы обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины «Математический анализ» составляет 144 часа (4 зачетные единицы).

###### Для очной формы обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 2 час.
<b>Контактная работа</b>	<b>50,3</b>	<b>50,3</b>
Занятия лекционного типа	22	22
Занятия семинарского типа	26	26
Консультации	2	2
Контактные часы на промежуточную аттестацию (зачет, экзамен)	0,3	0,3
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>66,7</b>	<b>66,7</b>
Контроль	27	27
Форма промежуточной аттестации	экзамен	

###### Для очно-заочной формы обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 2 час.
<b>Контактная работа</b>	<b>34,3</b>	<b>34,3</b>
Занятия лекционного типа	16	16
Занятия семинарского типа	16	16
Консультации	2	2
Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>100,7</b>	<b>100,7</b>
Контроль	9	9
Форма промежуточной аттестации		экзамен

## 4.2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

(очная форма обучения)

	Наименование тем	Всего	Контактная работа, час			Самостоятельная работа	Компетенция
			Всего	Лекции	Практ. занятия		
1.	Функции одной переменной	12	4	2/2*	2	8	УК.1
2.	Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций	16	6	2	4	10	УК.1
3.	Дифференциальное исчисление	26	10	4	6/6*	16	УК.1
4.	Неопределенный и определенный интегралы	16	8	4/4*	4/4*	8	УК.1
5.	Ряды	14	6	4	2	8	УК.1
6.	Функции нескольких переменных	14	6	2	4	8	УК.1
7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	16,7	8	4/4*	4/4*	8,7	УК.1
	Консультации	2	2				
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3				
	Контроль	27					
	<b>Итого часов</b>	<b>144</b>	<b>50,3</b>	<b>22/10*</b>	<b>26/14*</b>	<b>66,7</b>	

**Примечание:** \*Знаком выделены темы, по которым проводятся активные и интерактивные формы занятий.

## УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

(очно-заочная форма обучения)

	Наименование тем	Всего	Контактная работа, час,			Самостоятельная работа	Компетенция
			Всего	Лекции	Практ. занятия		
1.	Функции одной переменной	14	4	2/2*	2	10	УК.1
2.	Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций	18	4	2	2	14	УК.1
3.	Дифференциальное исчисление	32	8	4	4/2*	24	УК.1
4.	Неопределенный и определенный интегралы	18	4	2/2*	2	14	УК.1
5.	Ряды	16	4	2	2	12	УК.1
6.	Функции нескольких переменных	16	4	2	2	12	УК.1
7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	18,7	4	2/2*	2/2*	14,7	УК.1
	Консультации	2	2				
	Контактные часы на промежуточную аттестацию (экзамен)	0,3	0,3				
	Контроль	9					
	<b>Итого часов</b>	<b>144</b>	<b>34,3</b>	<b>16/6*</b>	<b>16/4*</b>	<b>100,7</b>	

**Примечание:** \*Знаком выделены темы, по которым проводятся активные и интерактивные формы занятий.

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Тема 1. Функции одной переменной

Понятие множества. Понятия отображения множеств и действительной функции действительной переменной. Способы задания функции. График функции. Основные элементарные функции. Сложная и взаимно обратные функции. Основные свойства функций. Примеры функций, используемых в экономике.

\*Примечание: занятие проводится в форме лекции-консультация, разбор примеров решения типовых задач по теме с обратной связью со студентами.

### Тема 2. Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций

Понятие числовой последовательности. Предел последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела последовательности. Предел функции в бесконечности и в точке. Признаки существования предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Два замечательных предела. Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.

### Тема 3. Дифференциальное исчисление

Производная функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала, приложения производной в экономических расчетах. Правила дифференцирования сумм, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Производные высших порядков. Правило Лопиталья. Точки экстремума, выпуклость и точки перегиба функции. Асимптоты. Общая схема исследования функций. Уравнение касательной и нормали к графику функции.

### Тема 4. Неопределенный и определенный интегралы

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных дробей, иррациональных и тригонометрических выражений. Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов. Приложения определенного интеграла.

\*Примечание: занятие проводится в форме проблемной лекции, использование техники обратной связи посредством решения вместе со студентами нестандартных задач с подробным разбором особенностей применяемых методик.

### Тема 5. Ряды

Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда. Понятия функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена.



## Тема 6. Функции нескольких переменных

Понятия евклидова пространства и функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные функции и полный дифференциал. Производная по направлению, градиент функции. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Нахождение условного экстремума методом множителей Лагранжа. Метод наименьших квадратов. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному. Геометрическая интерпретация и приложения двойного интеграла.

## Тема 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Основные понятия. Краевая задача и задача Коши. Общие подходы к решению обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения. Решение дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

\*Примечание: занятие проводится в форме лекции с использованием техники обратной связи посредством решения студентами в конце лекции тестов по лекционному материалу.

## 6. ПЛАНЫ ЗАНЯТИЙ СЕМИНАРСКОГО ТИПА для очной формы обучения

### Практическое занятие 1 (тема 1)

1. Повторение материала темы.

2. Определить области существования и области значений следующих функций:

а)  $y = \sqrt{3x - x^3}$ ; б)  $y = \log(x^2 - 4)$ ; в)  $y = \sin(\sqrt{x})$ ; г)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$ ;

д);  $y = \sqrt{2 + x - x^2}$  е)  $y = (-1)^x$ ; ж)  $y = \log_2 \log_3 \log_4 x$ .

3. На какое множество  $R_y$  отображает множество  $R_x$  функция  $y = f(x)$

а)  $y = x^2$ ,  $R_x = \{-1 \leq x \leq 2\}$ ; б)  $y = \lg x$ ,  $R_x = \{10 \leq x \leq 1000\}$

в)  $y = |x|$ ,  $R_x = \{1 \leq |x| \leq 2\}$ ; г)  $y = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4}$ ,  $R_x = \{0 \leq |x| \leq 1\}$ .

4. Пусть функция  $f(u)$  определена при  $0 < u < 1$ . Найти область определения функций

а)  $f(\sin x)$ ; б)  $f(\ln x)$ ; в)  $f(|x|)$ ; г)  $f\left(\frac{|x|}{x}\right)$ .

5. Найти:

а)  $f[f(x)]$ , если  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ; б)  $f(x)$ , если  $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$ ;

г)  $f(x)$ , если  $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$ .

## 6. Построить графики функций

а)  $y = ax + b$ ,  $a \in R, b \in R$ ; б)  $y = ax^2 + bx + c$ , приведя ее к виду  $y = y_0 + a(x - x_0)^2$ ;

в)  $y = x^2 + \frac{1}{x}$  - трезубец Ньютона; г)  $y = \frac{1}{1+x^2}$  - кривая Аньези.

## Практическое занятие 2 (тема 2)

1. Повторение материала темы.

2. Вычислить пределы

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x^2 + x^5}$ ;

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x+1}\right)^{\frac{1}{2x}}$ ; ж)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$ ; з)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2} - (1+x)}{x}$ ;

## Практическое занятие 3 (тема 2)

1. Вычислить пределы

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{x^2}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 3x$ .

## Практическое занятие 4 (тема 3)

1. Повторение материала темы.

2. Найти первую и вторую производные функций:

а)  $y = \sin(\cos x)$ ; б)  $y = \ln(\operatorname{tg} x^2)$ ; в)  $y = \operatorname{tg}(\ln^2(x+2))$ ; г)  $y = 5^x + \sqrt{x - \ln x}$ ;

д)  $y = \frac{e^{\sin x}}{\ln(3 \cdot x + 7)}$ ; е)  $y = 5^{2x} \cdot (x^4 - 5x^3 + x \sin x)$ ; ж)  $y = \frac{\operatorname{arctg}(3x+2)}{\operatorname{arcsin}(x^2+2)}$ ;

з)  $y = \sin(\operatorname{tg} x)$ ; и)  $y = \exp(\ln(\operatorname{tg} x^2) - 1)$ ; к)  $y = \operatorname{tg}(\ln^2(x+2) / \exp(-x))$ ;

л)  $y = x^x + \sqrt{x^3 - \ln 3x^2}$ .

3. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = f(x)$  в заданной точке  $M(x_0, y_0)$

а)  $f(x) = 3x^2$ ,  $M(-2, 12)$ ; б)  $x^2 + y^2 - 36 = 0$ ,  $M(-4, -\sqrt{20})$ .

**\*Примечание:** занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения

### Практическое занятие 5 (тема 3)

Написать уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$ , проходящей через заданную точку  $M(x_0, y_0)$

а)  $f(x) = 3x^2 + 1, M(1, 0)$ ; б)  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 25 = 0, M(12, 0)$ ;

в)  $f(x) = 3x^2 - 6x + 14, M(1, 1)$ ;

\*Примечание: занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения

### Практическое занятие 6 (тема 3)

Исследовать функции и построить их графики

а)  $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ ; б)  $y = x \cdot \exp(-x)$ ; в)  $y = \frac{x}{2x^2 - 4}$ ; г)  $y = \frac{x^2}{2x^2 - 4}$ ;

д)  $y = \exp(\operatorname{tg} x) - 1$ .

\*Примечание: занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения.

### Практическое занятие 7 (тема 4)

1. Повторение материала темы.

2. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

а)  $\int (3x^2 + \sin^2 x) dx$ ; б)  $\int e^x 5^{4x} dx$ ; в)  $\int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx$ ; г)  $\int x\sqrt{x} dx$ ; д)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$ ;

е)  $\int (\frac{5}{3x} + \operatorname{tg} 2x - \frac{4}{\cos^2 3x}) dx$ ; ж)  $\int \frac{x^4}{x^2 - 1} dx$ .

3. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

а)  $\int \sin^2 x \cos x dx$ ; б)  $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$ ; в)  $\int x(x-3)^8 dx$ ; г)  $\int \frac{2x}{1+x^4} dx$ ;

д)  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ ; е)  $\int \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$ ; ж)  $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$ .

4. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям

а)  $\int x^2 \cos x dx$ ; б)  $\int (2x+5) \cos x dx$ ; в)  $\int x \ln x dx$ ; г)  $\int x e^x dx$ ; д)  $\int \cos \sqrt{x} dx$

5. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей

а)  $\int \frac{3x+4}{x^2+2x+5} dx$ ; б)  $\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1} dx$ .

\*Примечание: занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения

### Практическое занятие 8 (тема 4)

1. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми

а)  $y = -x^2 + 3, y = 0$ ; б)  $y = x^2, y = \sqrt{x}$ ; в)  $y = x^2 - 2x, y = 4x - x^2$ ;

г)  $y = -x^2 + 4x, y = 2x$ ; д)  $y = x^2, y = \sqrt{x}$ ; е)  $y = \sin x, x = \pi/4, x = \pi, y = 0$ .

2. Вычислить несобственные интегралы

а)  $\int_a^{\infty} \frac{dx}{x^2}, a > 0$ ; б)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}$ ; в)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ ,

г)  $\int_0^1 \ln x dx$ ; д)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ ; е)  $\int_0^5 \frac{dx}{(x-1)^2}$ .

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по заданной тематике; коллективное обсуждение результатов с анализом выявленных типичных ошибок.

### Практическое занятие 9 (тема 5)

1. Повторение материала темы.

2. Доказать непосредственно сходимость рядов и найти их суммы

а)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$  б)  $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots$

3. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{7n+5}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ ;

г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$ ; д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$ ; е)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!}$ ; ж)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000^n}{n!}$ ; з)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$ .

4. Исследовать сходимость знакочередующегося числового ряда

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1000}{3n+1}\right)^n$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+100}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin^2 n}{n}$ .

5. Найти область сходимости степенного ряда

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{3^n}}$ .

6. Разложить функции в ряд Маклорена и найти радиус сходимости ряда

а)  $f(x) = (1+x)^n$ ; б)  $f(x) = \frac{\sin x - x}{x^3}$ .

### Практическое занятие 10 (тема 6)

1. Повторение материала темы.

2. Найти частные производные функций двух переменных

а)  $z = x^2 y - \cos^2 xy$ ; б)  $z = \arcsin(x^2 - y^2) - \operatorname{tg} xy + \frac{\cos^2(x+y)}{\sqrt{x+y}}$ ; в)  $z = x^2 \sqrt{x^3 + \sin y}$ .

3. Полагая, что произвольная функция  $f$  дифференцируема, проверить следующие равенства:

а)  $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, z = f(x^2 + y^2)$ ; б)  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0, z = \frac{y^2}{3x} + f(xy)$ .

4. Найти величину и направление градиента функции в точке  $M(x_0, y_0, z_0)$

а)  $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, M(1, 2, 1)$ ; б)  $f(x, y, z) = xyz, M(1, 1, 1)$ .

5. Найти точки локального экстремума функций и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума

а)  $u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^3$ ; б)  $u = x^2 - 2xy + 4y^3$ .

### Практическое занятие 11 (тема 6)

1. Используя метод множителей Лагранжа найти условный экстремум функции при заданных дополнительных условиях

а)  $f(x, y) = (x+3)^2 + (y+1)^2$  при условии  $y - 2x - 1 = 0$ ;

б)  $f(x, y) = (x+1,5)^2 + (y+1)^2$  при условии  $x^2 + y^2 - 5 = 0$ .

2. Вычислить двойные интегралы  $\iint_G f(x, y) dx dy$  по заданной области  $G$

а)  $f(x, y) = xy, G\{(x, y): y = 0, y = x, x = 1\}$

б)  $f(x, y) = x + y^2, G\{(x, y): y = x, y = x^2\}$ ;

в)  $f(x, y) = x, G\{(x, y): y = 3x^2, y = 6 - 3x\}$ ;

г)  $f(x, y) = \sin(x + y), G\{(x, y): 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$ ;

д)  $f(x, y) = x - y, G(x, y)$  -треугольник с вершинами  $(1, 1), (4, 1), (4, 4)$ .

3. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

а)  $xy = 1, x + y = 2,5$ ;

б)  $y^2 = 2x + 1, y^2 = -2x + 1$ .

### Практическое занятие 12 (тема 7)

1. Повторение материала темы.

2. Решить дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

а)  $y' = -\frac{2xy^2}{x^2 - 1}$ ; б)  $x^2 y' - \sqrt{x} \cos^2 y = 0$ ; в)  $y' + \frac{y}{x} = 0$ .

3. Методом вариации произвольной постоянной найти общие решения дифференциальных уравнений первого порядка

а)  $y' + \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$ ; б)  $y' - 2xy = e^{x^2}$ ; в)  $y' + y = \frac{x}{5}$ ; г)  $y' + x^2 y = x^2$ .

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием не-

сколько подгрупп для решения задач по заданной тематике; коллективное обсуждение результатов с анализом выявленных типичных ошибок.

### Практическое занятие 13(тема 7)

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

а)  $xy'' + y' = 0$ ; б)  $y'' - (y')^2 = 0$ ; в)  $y'' + 3y' = 5x + 1$ ; г)  $y'' - 3y' + 2y = 2e^{3x}$ ;

д)  $y'' + 2y' = (3x + 7)e^x$ ; е)  $y'' + y' - 6y = (10x + 2)e^{2x}$ ; ж)  $y'' + 5y' = 10x + 12 + 6e^x$ .

2. Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

а)  $y'' + y' - 2y = 8\sin 2x + \cos x$ ; б)  $y'' + 4y = \cos 2x + \exp(4x)$ ;

в)  $y'' + 4y = \exp(-5x) + x^2 - 7x + 12$

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по заданной тематике; коллективное обсуждение результатов с анализом выявленных типичных ошибок.

**для очно-заочной формы обучения**

### Практическое занятие (тема 1)

1. Повторение материала темы.

2. Определить области существования и области значений следующих функций:

а)  $y = \sqrt{3x - x^3}$ ; б)  $y = \log(x^2 - 4)$ ; в)  $y = \sin(\sqrt{x})$ ; г)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$ ;

д);  $y = \sqrt{2 + x - x^2}$  е)  $y = (-1)^x$ ; ж)  $y = \log_2 \log_3 \log_4 x$ .

3. На какое множество  $R_y$  отображает множество  $R_x$  функция  $y = f(x)$

а)  $y = x^2$ ,  $R_x = \{-1 \leq x \leq 2\}$ ; б)  $y = \lg x$ ,  $R_x = \{10 \leq x \leq 1000\}$

в)  $y = |x|$ ,  $R_x = \{1 \leq |x| \leq 2\}$ ; г)  $y = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4}$ ,  $R_x = \{0 \leq |x| \leq 1\}$ .

### Практическое занятие 2 (тема 2)

1. Повторение материала темы.

2. Вычислить пределы

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x^2 + x^5}$ ;

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x+1}\right)^{\frac{1}{2x}}$ ; ж)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$ ; з)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2} - (1+x)}{x}$ ;

### Практическое занятие 3 (тема 3)

1. Повторение материала темы.

2. Найти первую и вторую производные функций:

а)  $y = \sin(\cos x)$ ; б)  $y = \ln(\operatorname{tg} x^2)$ ; в)  $y = \operatorname{tg}(\ln^2(x+2))$ ; г)  $y = 5^x + \sqrt{x - \ln x}$ ;

д)  $y = \frac{e^{\sin x}}{\ln(3 \cdot x + 7)}$ ; е)  $y = 5^{2x} \cdot (x^4 - 5x^3 + x \sin x)$ ; ж)  $y = \frac{\operatorname{arctg}(3x+2)}{\operatorname{arcsin}(x^2+2)}$ .

3. Найти первую и вторую производные функций:

а)  $y = \sin(\operatorname{tg} x)$ ; б)  $y = \exp(\ln(\operatorname{tg} x^2) - 1)$ ; в)  $y = \operatorname{tg}(\ln^2(x+2) / \exp(-x))$ ;

г)  $y = x^x + \sqrt{x^3 - \ln 3x^2}$ .

4. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = f(x)$  в заданной точке  $M(x_0, y_0)$

а)  $f(x) = 3x^2$ ,  $M(-2, 12)$ ; б)  $x^2 + y^2 - 36 = 0$ ,  $M(-4, -\sqrt{20})$ .

### Практическое занятие 4 (тема 3)

Исследовать функции и построить их графики

а)  $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ ; б)  $y = x \cdot \exp(-x)$ ; в)  $y = \frac{x}{2x^2 - 4}$ ; г)  $y = \frac{x^2}{2x^2 - 4}$ ;

д)  $y = \exp(\operatorname{tg} x) - 1$ .

\*Примечание: занятие проводится в форме организационно-деятельностной игры с разбиением группы на подгруппы и постановкой для 2-3-х подгрупп одинаковой задачи с последующим выбором в ходе коллективного обсуждения оптимального способа решения.

### Практическое занятие 5 (тема 4)

1. Повторение материала темы.

2. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

а)  $\int (3x^2 + \sin^2 x) dx$ ; б)  $\int e^x 5^{4x} dx$ ; в)  $\int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx$ ; г)  $\int x\sqrt{x} dx$ ; д)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$ ;

е)  $\int (\frac{5}{3x} + \operatorname{tg} 2x - \frac{4}{\cos^2 3x}) dx$ ; ж)  $\int \frac{x^4}{x^2 - 1} dx$ .

3. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

а)  $\int \sin^2 x \cos x dx$ ; б)  $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$ ; в)  $\int x(x-3)^8 dx$ ; г)  $\int \frac{2x}{1+x^4} dx$ ;

д)  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ ; е)  $\int \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$ ; ж)  $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$ .

4. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям

а)  $\int x^2 \cos x dx$ ; б)  $\int (2x+5) \cos x dx$ ; в)  $\int x \ln x dx$ ; г)  $\int x e^x dx$ ; д)  $\int \cos \sqrt{x} dx$

## Практическое занятие 6 (тема 5)

1. Повторение материала темы.
2. Доказать непосредственно сходимость рядов и найти их суммы

а)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$     б)  $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots$

3. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{7n+5}$ ;    б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}$ ;    в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ ;

## Практическое занятие 7 (тема 6)

1. Полагая, что произвольная функция  $f$  дифференцируема, проверить следующие равенства:

а)  $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, z = f(x^2 + y^2)$ ;    б)  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0, z = \frac{y^2}{3x} + f(xy)$ .

2. Найти величину и направление градиента функции в точке  $M(x_0, y_0, z_0)$

а)  $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, M(1, 2, 1)$ ;    б)  $f(x, y, z) = xyz, M(1, 1, 1)$ .

3. Найти точки локального экстремума функций и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума

а)  $u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2$ ;    б)  $u = x^2 - 2xy + 4y^3$ .

4. Используя метод множителей Лагранжа найти условный экстремум функции при заданных дополнительных условиях

а)  $f(x, y) = (x+3)^2 + (y+1)^2$  при условии  $y - 2x - 1 = 0$ ;

б)  $f(x, y) = (x+1,5)^2 + (y+1)^2$  при условии  $x^2 + y^2 - 5 = 0$ .

5. Вычислить двойные интегралы  $\iint_G f(x, y) dx dy$  по заданной области  $G$

а)  $f(x, y) = xy, G\{(x, y): y = 0, y = x, x = 1\}$

б)  $f(x, y) = x + y^2, G\{(x, y): y = x, y = x^2\}$ ;

в)  $f(x, y) = x, G\{(x, y): y = 3x^2, y = 6 - 3x\}$ ;

г)  $f(x, y) = \sin(x + y), G\{(x, y): 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$ ;

д)  $f(x, y) = x - y, G(x, y)$  -треугольник с вершинами  $(1, 1), (4, 1), (4, 4)$ .

6. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

а)  $xy = 1, x + y = 2,5$ ;

б)  $y^2 = 2x + 1, y^2 = -2x + 1$ .



## Практическое занятие 8 (тема 7)

Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

а)  $y'' + y' - 2y = 8\sin 2x + \cos x$ ; б)  $y'' + 4y = \cos 2x + \exp(4x)$ ;

в)  $y'' + 4y = \exp(-5x) + x^2 - 7x + 12$

\*Примечание: занятие проводится в форме исследования с образованием несколько подгрупп для решения задач по заданной тематике; коллективное обсуждение результатов с анализом выявленных типичных ошибок.

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Приложение 1 Методические рекомендации для обучающихся по дисциплине (модулю)

## 8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Карта фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

№ п/п	Темы по учебно-тематическому плану	Оценочные средства
1	Функции одной переменной	Тест 12-14 Задача 2 Вопросы к экзамену 16-18
2	Числовые последовательности. Пределы последовательностей и функций	Тест 15-17 Задача 4 Вопросы к экзамену 19-21
3	Дифференциальное исчисление	Тест 18-20 Задачи Вопросы к экзамену 22-24
4	Неопределенный и определенный интегралы	Тест 21-22 Задача 5 Вопросы к экзамену 25-27
5	Ряды	Тест 23-24 Задачи Вопросы к экзамену 28-30
6	Функции нескольких переменных	Тест 25-28 Вопросы к экзамену 31-34
7	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Тест 29 -33. Вопросы к экзамену 35-38

## **Фонд оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)**

### **Приложение 2 Содержание фонда оценочных средств текущего контроля по дисциплине (модулю)**

## **Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **Перечень вопросов к экзамену по дисциплине (модулю)**

1. Понятие действительной функции действительной переменной. Способы задания функции. График функции.
2. Основные элементарные функции. Сложная и взаимно обратные функции.
3. Основные свойства функций. Примеры функций, используемых в экономике.
4. Понятие числовой последовательности и основные свойства сходящихся последовательностей.
5. Предел числовой последовательности. Признаки существования предела последовательности. Два замечательных предела.
6. Предел функции в бесконечности и в точке.
7. Непрерывность функции действительной переменной. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.
8. Производная функции и дифференциал. Производные высших порядков.
9. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала, приложения производной в экономических расчетах.
10. Правила дифференцирования сумм, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций.
11. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталя.
12. Точки экстремума, выпуклость и точки перегиба функции. Необходимое и достаточное условие локального экстремума функции.
13. Нахождение асимптот функции.
14. Уравнение касательной и нормали к графику функции в заданной точке.
15. Первообразная функции и неопределенный интеграл.
16. Свойства неопределенного интеграла.
17. Интегралы от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования.
18. Интегрирование рациональных дробей, иррациональных и тригонометрических выражений.
19. Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
20. Формула Ньютона-Лейбница.
21. Приложения определенного интеграла.
22. Понятие числового ряда. Основные свойства рядов.
23. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
24. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.
25. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда.
26. Ряды Тейлора, Маклорена и Фурье.

27. Понятия функции нескольких переменных, предел и непрерывность функции.

28. Частные производные функции и полный дифференциал.

29. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума.

30. Условный экстремум. Нахождение условного экстремума методом множителей Лагранжа.

31. Метод наименьших квадратов.

32. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.

33. Геометрическая интерпретация и приложения двойного интеграла.

34. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия. Краевая задача и задача Коши.

35. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

36. Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

37. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.

38. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

**Задания на проверку сформированности первого компонента компетенций – «Знать»**

Ответьте на вопросы теста.

№	Вопрос
1	Укажите верное равенство: $\text{a) } d(\arctg x) = -\frac{1}{1+x^2} dx;$ $\text{b) } d(\arctg x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx;$ $\text{c) } d(\arctg x) = \frac{1}{1+x^2} dx;$ $\text{d) } d(\arctg x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$
2	Производная второго порядка от функции $y = 5\sin x + 3\cos x$ равна $\text{a) } y'' = -5\sin x - 3\cos x$ $\text{b) } y'' = -5\cos x + 3\sin x$ $\text{c) } y'' = -\frac{5}{\cos x} + \frac{3}{\sin x}$ $\text{d) } y'' = \frac{5}{\cos x} - \frac{3}{\sin x}$

3	<p>Вычислить предел функции по правилу Лопиталя <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x} - 1}{\operatorname{tg} 2x}</math></p> <p>a) <math>-3/2</math>  b) <math>0</math>  c) <math>1</math>.</p>
4	<p>Найти точку перегиба функции <math>y = x^3 - 3x</math>.</p> <p>a) <math>x = 1</math>;  b) <math>x = 0</math>;  c) <math>x = \sqrt{3}</math>;  d) <math>x = \frac{1}{3}</math>.</p>
5	<p>Указать наклонную асимптоту функции <math>y = \frac{1}{x} - x</math>.</p> <p>a) <math>y = x</math>;  b) <math>y = \frac{1}{x}</math>;  c) <math>y = 0</math>;  d) <math>y = -x</math>.</p>
6	<p>Дифференциал неопределённого интеграла <math>d \int f(x) dx</math> равен:</p> <p>a) <math>F(x) + C</math>  b) <math>f(x) dx</math>  c) <math>\int f(x) dx</math>  <b>d) <math>\int dF(x)</math></b></p>
7	<p>Совокупность первообразных <math>F(x) + C</math> для функции <math>f(x)</math> на <math>[a, b]</math> называется</p> <p>a) неопределённым интегралом  b) несобственным интегралом  c) расходящимся интегралом  d) бесконечным интегралом</p>
8	<p>Интеграл <math>\int \sqrt{2px} dx</math> равен</p> <p>a) <math>\frac{2}{3} \sqrt{2px} + C</math>  b) <math>2p \sqrt{2px} + C</math>  c) <math>\frac{2}{3} x \sqrt{2px} + C</math></p>

9	Интеграл $\int \frac{1 + \ln x}{x} dx$ равен a) $0,5 + \ln x + \frac{1}{2} \ln^2 x + C$ b) $\ln x + 1 + C$ c) $x \ln x + x + C$ d) $\frac{x + \ln x}{x^2} + C$
0	Интеграл $\int \ln x dx$ равен a) $x(\ln x - 1) + C$ b) $(\ln x - 1) + C$ c) $x \ln x + C$ d) $\frac{x}{\ln x} + C$

**Задания на проверку сформированности второго компонента компетенций – «Уметь»**

Выполните практическое задание .

Найти неопределенный интеграл методом замены переменной

$$\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$$

**Задания на проверку сформированности третьего компонента компетенций – «владеть»**

Выполните практическое задание

Написать уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$ , проходящей через заданную точку  $M(x_0, y_0)$

$$f(x) = 3x^2 + 1, M(1, 0)$$

**Типовые задачи по дисциплине**

1. Вычислить пределы

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2};$$

2. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = f(x)$  в заданной точке  $M(x_0, y_0)$

$$x^2 + y^2 - 36 = 0, M(-4, -\sqrt{20}).$$

3. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей

$$\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1} dx.$$

11. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми  
 $y = x^2 - 2x, y = 4x - x^2$ ;

4. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной  
 $\int x(x-3)^8 dx$

5. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям  
 $\int x e^x dx$

6. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей

$$\int \frac{2x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1} dx.$$

7. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми  
 $y = x^2 - 2x, y = 4x - x^2$ ;

8. Найти точки локального экстремума функций и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума

$$u = x^2 - 2xy + 4y^3.$$

9. Используя метод множителей Лагранжа найти условный экстремум функции при заданных дополнительных условиях

$$f(x, y) = (x + 1,5)^2 + (y + 1)^2 \text{ при условии } x^2 + y^2 - 5 = 0.$$

10. Вычислить двойные интегралы  $\iint_G f(x, y) dx dy$  по заданной области  $G$

$$f(x, y) = x, G\{(x, y): y = 3x^2, y = 6 - 3x\};$$

11. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

$$y^2 = 2x + 1, y^2 = -2x + 1$$

12. Решить дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

$$x^2 y' - \sqrt{x} \cos^2 y = 0$$

13. Методом вариации произвольной постоянной найти общие решения дифференциальных уравнений первого порядка

$$y' + y = \frac{x}{5}$$

14. Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

$$y'' + 3y' = 5x + 1$$

15. Найти общее решение дифференциальных уравнений второго порядка

$$y'' + 4y = \cos 2x + \exp(4x);$$

## ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

УК.1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		
<b>Пороговый</b>	<p><b>Знать:</b> основы математического анализа для решения экономических задач.</p> <p><b>Уметь:</b> применять аппарат математического анализа для исследования и решения экономических задач.</p> <p><b>Владеть:</b> основными навыками применения методов математического анализа.</p>	<b>удовлетворительно</b>
<b>Средний</b>	<p><b>Средний уровень:</b></p> <p><b>Знать:</b> методы математического анализа для решения экономико-управленческих задач.</p> <p><b>Уметь:</b> опираться при ответе на основные и дополнительные положения математического анализа.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами математического анализа для решения профессиональных задач.</p>	<b>хорошо</b>
<b>Повышенный</b>	<p><b>Знать:</b> математический анализ для решения экономических задач: определения функции, предела и производной функции одной переменной; правила дифференцирования и интегрирования; схему исследования функции одной переменной для построения её графика; основные теоремы дифференциального исчисления; методы вычисления интегралов; определения функции нескольких переменных и частной производной; основные виды дифференциальных уравнений и способы их решения; числовой, знакопеременный и функциональный ряды; признаки сходимости знакоположительных рядов; практические приложения теории рядов для поиска оптимальных решений; основные экономико-математические методы и модели..</p> <p><b>Уметь:</b> применять аппарат математического анализа для исследования и решения экономических задач: исследовать функции одной и многих переменных; находить производные различных функций; вычислять неопределенные, определенные и несобственные интегралы; использовать аппарат интегрального исчисления для решения прикладных задач; находить частные производные, экстремумы многомерной функции, наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области, условный экстремум; решать дифференциальные уравнения первого и второго порядков; исследовать сходимость числовых рядов.</p> <p><b>Владеть:</b> методами математического и матричного анализа для решения экономико - управленческих задач, методическими основами построения и исследования математических моделей экономических процессов и явлений</p>	<b>отлично</b>

## Критерии оценивания уровня освоения компетенции

Форма контроля	Критерии уровня освоения компетенции
Экзамен	<p>Критерием является степень усвоения обучающимися теоретического материала, предусмотренного программой дисциплины, в сочетании с умением применять полученные знания при решении задач.</p> <p>«Отлично» - свободное владение материалом, полный ответ на вопросы в объеме лекций с привлечением дополнительной литературы, полные грамотные ответы на все дополнительные вопросы. При ответах на вопросы обращается внимание на самостоятельность выводов и обоснованную точку зрения. Правильно и в срок выполнены все практические работы и задания для самостоятельной работы.</p> <p>«Хорошо» - неточный или неполный ответ на основные вопросы в объеме лекций с использованием дополнительной литературы, ответы на часть дополнительных вопросов. Все практические работы и задания для самостоятельной работы сданы в срок, но выполнены с несущественными недочетами.</p> <p>«Удовлетворительно» - приблизительно правильный ответ на основные вопросы в объеме лекций и ответы на часть дополнительных вопросов. Правильно выполнена большая часть практических работ и заданий для самостоятельной работы.</p> <p>«Неудовлетворительно» - незнание основных вопросов в объеме лекций (слабый ответ или его отсутствие на основные вопросы и затруднения с ответами на дополнительные вопросы). Отсутствие выполненных практических работ и заданий для самостоятельной работы.</p>
Решение задач	<p>Критерием является степень готовности обучающихся применять полученные теоретические знания для решения профессионально – прикладных ситуаций и задач. При оценке выполнения индивидуального профессионального задания учитывается:</p> <p>выполнение задания в полном объеме с исчерпывающими пояснениями – «отлично»;</p> <p>выполнение задания в полном объеме, но с отдельными неточностями, с недостаточными пояснениями - «хорошо»;</p> <p>задание выполнено не полностью; имеются ошибки в работе, работа не пояснена - «удовлетворительно»;</p> <p>задание не выполнено или выполнено не правильно - оценка 2 (неудовлетворительно).</p>
Тестирование	<p>Критерием оценки является уровень усвоения обучающимся материала, предусмотренного программами дисциплин, что выражается количеством правильных ответов на предложенные тестовые задания по дисциплине.</p> <p>При ответах на вопросы теста:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 90 – 100 % правильных ответов - «отлично»;</li> <li>• 75 – 89 % правильных ответов – «хорошо»;</li> <li>• 50 – 74 % правильных ответов – «удовлетворительно»;</li> </ul> <p>менее 50 % правильных ответов – «неудовлетворительно».</p>



## **9. ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащённости образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014 г. № АК-44/05вн и «Положение об организации инклюзивного образования в АНО ВО «Национальный институт бизнеса».

Подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится с учетом их индивидуальных особенностей.

Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному учебному плану.

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **Основная литература**

1. Курс по высшей математике (для экономистов) / — Новосибирск: Сибирское университетское издательство, Норматика, 2019. — 119 с. — ISBN 978-5-4374-0806-3. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/65165.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### **Дополнительная литература**

1. Высшая математика. Часть 1: учебное пособие / В.И. Белоусова, Г.М. Ермакова, М.М. Михалева [и др.]. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2019. — 296 с. — ISBN 978-5-7996-1779-0. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/65920.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Елькин, А.Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / А.Г. Елькин. — Саратов: Вузовское образование, 2020. — 95 с. — ISBN 978-5-4487-0325-6. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/77939.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### **Электронно-библиотечная система**

IPRBooks. <http://www.iprbookshop.ru>

### **Электронные образовательные ресурсы (современные профессиональные базы данных)**

База данных научной электронной библиотеки. <https://elibrary.ru>

База данных EqWorld - Мир математических уравнений.

<http://eqworld.ipmnet.ru>

База данных Федерального образовательного портала «Экономика. Социология. Менеджмент». <http://ecsocman.hse.ru>

База данных Библиотечных и архивных ресурсов Государственной Думы «Парламентская библиотек». <https://parlib.duma.gov.ru>

## **Электронные образовательные ресурсы (информационные справочные системы)**

Справочно-правовая система «Консультант Плюс»

Справочно-правовая система «Гарант»

### **Перечень комплектов лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при изучении дисциплины (модуля)**

При изучении дисциплины предполагается применение современных информационных технологий. Комплект программного обеспечения для их использования включает в себя:

- пакеты офисного программного обеспечения Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint);
- веб-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox, Internet Explorer);
- электронную библиотечную систему IPRBooks;
- систему размещения в сети «Интернет» и проверки на наличие заимствований курсовых, научных и выпускных квалификационных работ «ВКР-ВУЗ.РФ».

Доступ к электронной информационно-образовательной среде обеспечивается через сеть Интернет <https://eios.nibmoscow.ru/>.

## **11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Материально-техническая база Института обеспечивает проведение всех видов занятий, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются учебные аудитории, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечен доступ в электронную информационно-образовательную среду института.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории: мобильный мультимедийный комплект в составе: проектор, ноутбук.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплины (модуля).